

## Bijlage 4 Algebraïsche vaardigheden

In deze bijlage worden de eisen wat betreft algebraïsche vaardigheden beschreven voor alle wiskundevakken met een centraal examen. Algebraïsche vaardigheden zijn geen doel op zichzelf, maar onderdeel van wiskundige activiteiten. De algebraïsche vaardigheden moeten in samenhang met het betreffende programma worden gelezen. Door algebraïsche expressies te bewerken kan bijvoorbeeld de juistheid van beweringen worden aangetoond, het rekenwerk worden vereenvoudigd of vergelijkingen zo herschreven worden dat ze exact zijn op te lossen. Deze algebraïsche vaardigheden zijn onderverdeeld in specifieke en algemene algebraïsche vaardigheden.

Bij *specifieke* algebraïsche vaardigheden gaat het om parate kennis en het vlot kunnen toepassen van de bijbehorende vaardigheden op de voorkomende algebraïsche expressies. Deze vaardigheden hebben betrekking op algoritmisch werken en algebraïsch rekenen. Het gaat hier bijvoorbeeld om kennis en gebruik van rekenregels, inclusief het werken met haakjes, bij het invullen van getallen of variabelen in een expressie en het gebruik van algoritmen om een vergelijking op te lossen.

Bij *algemene* algebraïsche vaardigheden spelen aspecten als aanpak, globale strategie, het herkennen van structuren en methoden, en doelgerichtheid een rol. De kandidaten moeten de structuur van een expressie kunnen herkennen, moeten kwalitatief kunnen redeneren aan de hand van een formule (zoals stijgen/dalen, symmetrie en asymptotisch gedrag), moeten een formule kunnen opstellen door het generaliseren van getallenvoorbeelden of het combineren van bekende formules, moeten verbanden zien tussen de verschillende representaties van een functie en moeten kunnen wisselen tussen 'betekenisloos manipuleren' en betekenis toekennen aan de variabelen en parameters.

Samenvattend zijn de specifieke vaardigheden die vaardigheden waarvan wordt verwacht dat de kandidaat deze snel en geroutineerd kan uitvoeren, terwijl voor de algemene vaardigheden de kandidaat in staat moet zijn met inzicht en vooruit denkend te handelen.

Bij de onderstaande opsomming van specifieke vaardigheden geldt zeker dat een deel (wellicht alleen in zijn grondvorm) reeds bekend verondersteld mag worden vanuit de onderbouw. Denk bijvoorbeeld aan de voorrangsregels en het werken met haakjes, eenvoudige breukvormen en wortels.

Op de plaats van  $A$ ,  $B$ ,  $C$  en  $D$  in de volgende tabellen kunnen ook eenvoudige expressies staan, zoals  $ax + b$ ,  $\frac{a}{x}$  en  $x^2$ .

Niet aan de orde komen de regels die horen bij het differentiëren.

De vaardigheden genoemd bij categorieën A t/m D moeten in beide richtingen kunnen worden uitgevoerd, tenzij anders is vermeld. Beperkende voorwaarden zoals bijvoorbeeld noemers van breuken zijn ongelijk 0, worden niet vermeld.

Hoewel bij het samenstellen van de kruisjeslijst met de algebraïsche vaardigheden de grootst mogelijke nauwkeurigheid is nagestreefd, kan niet gegarandeerd worden dat deze volledig is.

Specifieke vaardigheden		havo		vwo		
		wiA	wiB	wiC	wiA	wiB
<b>A. Breukvormen</b>	1. $\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \frac{AD + BC}{BD}$	x	x	x	x	x
	2. $\frac{A}{B} + C = \frac{A + BC}{B}$	x	x	x	x	x
	3. $A \cdot \frac{B}{C} = \frac{A \cdot B}{C} = \frac{A}{C} \cdot B = A \cdot B \cdot \frac{1}{C}$	x	x	x	x	x
	4. $\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}$	x	x	x	x	x
	5. $\frac{\frac{A}{c}}{B} = \frac{A \cdot C}{B}$	x	x	x	x	x
<b>B. Wortelvormen</b>	1. $\sqrt{A \cdot B} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$	x	x	x	x	x
	2. $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$	x	x	x	x	x
<b>C. Bijzondere producten</b>	1. haakjes wegwerken en ontbinden in factoren: $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ havo A, vwo A en vwo C: alleen haakjes wegwerken	x	x	x	x	x
	2. $(A + B)(C + D) = AC + AD + BC + BD$ havo A, vwo A en vwo C: alleen haakjes wegwerken	x	x	x	x	x
	3. $A^2 \pm 2AB + B^2 = (A \pm B)^2$		x			x
	4. $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$		x			x
	5. kwadraat afsplitsen: $x^2 + px + q$ schrijven in de vorm $(x + r)^2 + s$		x			x

Specifieke vaardigheden		havo		vwo		
		wiA	wiB	wiC	wiA	wiB
<b>D. Machten en logaritmen</b>	1. $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$	x	x	x	x	x
	2. $\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$	x	x	x	x	x
	3. $(a^p)^q = a^{p \cdot q}$	x	x	x	x	x
	4. $(ab)^p = a^p \cdot b^p$	x	x	x	x	x
	5. $\frac{1}{a^p} = a^{-p}$	x	x	x	x	x
	6. $\sqrt[p]{a} = a^{\frac{1}{p}}$ met $p$ positief en geheel		x	x	x	x
	7. ${}^g\log(a) + {}^g\log(b) = {}^g\log(a \cdot b)$		x		x	x
	8. ${}^g\log(a) - {}^g\log(b) = {}^g\log\left(\frac{a}{b}\right)$		x		x	x
	9. ${}^g\log(a^p) = p \cdot {}^g\log(a)$		x		x	x
	10. ${}^g\log(a) = \frac{{}^p\log(a)}{{}^p\log(g)}$ vwo C: alleen $p = 10$		x	x	x	x
	11. ${}^g\log(a) = \frac{\ln(a)}{\ln(g)}$				x	x
<b>E. Goniometrie</b>	voor formules zie betreffende domein		x			x
<b>F. Herleidingen uitvoeren aan de hand van de elementen genoemd bij A tot en met D</b>	1. via substitutie van getallen	x	x	x	x	x
	2. via substitutie van expressies	x	x	x	x	x
	3. via het omwerken van formules	x	x	x	x	x
<b>G. Vergelijkingen oplossen met behulp van algemene vormen en formules herleiden</b>  (voor wiA en wiC worden deze vaardigheden uitsluitend gebruikt voor het herleiden van formules)	1. $A \cdot B = 0 \Leftrightarrow A = 0$ of $B = 0$		x	x		x
	2. $A \cdot B = A \cdot C \Leftrightarrow A = 0$ of $B = C$ havo A, vwo A en vwo C: $A \cdot B = A \cdot C, A \neq 0 \Rightarrow B = C$	x	x	x	x	x
	3. $\frac{A}{B} = C \Leftrightarrow A = B \cdot C$	x	x	x	x	x
	4. $\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \Leftrightarrow A \cdot D = B \cdot C$	x	x	x	x	x
	5. $A^2 = B^2 \Leftrightarrow A = B$ of $A = -B$		x		x	x
	6. $\sqrt{A} = B \Leftrightarrow A = B^2$	x	x	x	x	x

Specifieke vaardigheden		havo		vwo		
		wiA	wiB	wiC	wiA	wiB
<b>H.</b> <b>Algoritmen t.b.v. het oplossen van vergelijkingen en het herleiden van formules</b>  (voor wiA en wiC worden deze vaardigheden uitsluitend gebruikt voor het herleiden van formules)	1. eerstegraadsvergelijkingen $ax + b = c \Rightarrow x = \frac{c-b}{a}$	x	x	x	x	x
	2. tweedegraadsvergelijkingen abc-formule $ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$		x			x
	3. $x^n = c \Rightarrow x = c^{\frac{1}{n}}$ als $n$ oneven is $x^n = c \Rightarrow x = c^{\frac{1}{n}}$ of $x = -c^{\frac{1}{n}}$ als $n$ even is		x	x	x	x
	4. $g^x = a \Rightarrow x = {}^g\log(a)$		x	x	x	x
	5. $e^x = a \Rightarrow x = \ln(a)$				x	x
	6. ${}^g\log(x) = b \Rightarrow x = g^b$		x	x	x	x
	7. $\ln(x) = b \Rightarrow x = e^b$				x	x
	8. $ x  = c \Rightarrow x = c$ of $x = -c$					x
<b>I.</b> <b>Vergelijkingen oplossen met behulp van standaardfuncties</b>	1. $f(A) = c$		x			x
	2. $f(A) = f(B)$		x			x
<b>J.</b> <b>Vergelijkingen en ongelijkheden van het type <math>f(x) = g(x)</math> resp. <math>f(x) \geq g(x)</math> oplossen</b>	1. grafisch, waaronder ICT	x	x	x	x	x
	2. vergelijkingen en ongelijkheden algebraïsch dan wel exact, indien algebraïsch/exact oplosbaar		x			x

Algemene vaardigheden		havo		vwo		
		wiA	wiB	wiC	wiA	wiB
<b>K. Formules opstellen</b>	1. door variabelen te kiezen bij een probleemsituatie	x	x	x	x	x
	2. van standaardfuncties					
	a. eerstegraads/lineaire functie	x	x	x	x	x
	b. tweedegraadsfunctie		x		x	x
	c. exponentiële functie	x	x	x	x	x
	d. logaritmische functie		x		x	x
	e. goniometrische functie		x		x <sup>1</sup>	x
	f. machtsfunctie		x		x	x
	g. absolute waarde functie					x
	3. door generaliseren via getallenvoorbeelden	x	x	x	x	x
	4. door schakelen van formules	x	x	x	x	x
<b>L. Expressies herkennen</b>	1. vaststellen of een (deel)expressie behoort tot een van de volgende families					
	a. eerstegraads/lineaire functies	x	x	x	x	x
	b. tweedegraadsfuncties		x	x	x	x
	c. exponentiële functies	x	x	x	x	x
	d. logaritmische functies		x	x	x	x
	e. goniometrische functies		x		x <sup>1</sup>	x
	f. machtsfuncties		x	x	x	x
2. structuur van een expressie vaststellen	x	x	x	x	x	
3. rol van een voorkomende parameter bepalen	x	x		x	x	
<b>M. Karakteristieken bepalen</b>	kwalitatief redeneren over expressies of delen daarvan met betrekking tot karakteristieken als					
	a. uiterste waarden	x	x	x	x	x
	b. stijgen of dalen	x	x	x	x	x
	c. asymptotisch gedrag	x	x	x	x	x
<b>N. Algebraïsche expressies reduceren en representeren</b>	1. complexe delen van een expressie vervangen door 'plaatsvervangers' zodat herkenbare expressies ontstaan	x	x	x	x	x
	2. flexibel kunnen wisselen tussen betekenis toekennen aan symbolen en betekenisloos kunnen manipuleren		x			x
	3. flexibel verschillende representaties van functies (formule, tabel, grafiek) kunnen inzetten en tussen deze representaties kunnen wisselen	x	x	x	x	x

<sup>1</sup> alleen de sinusfunctie