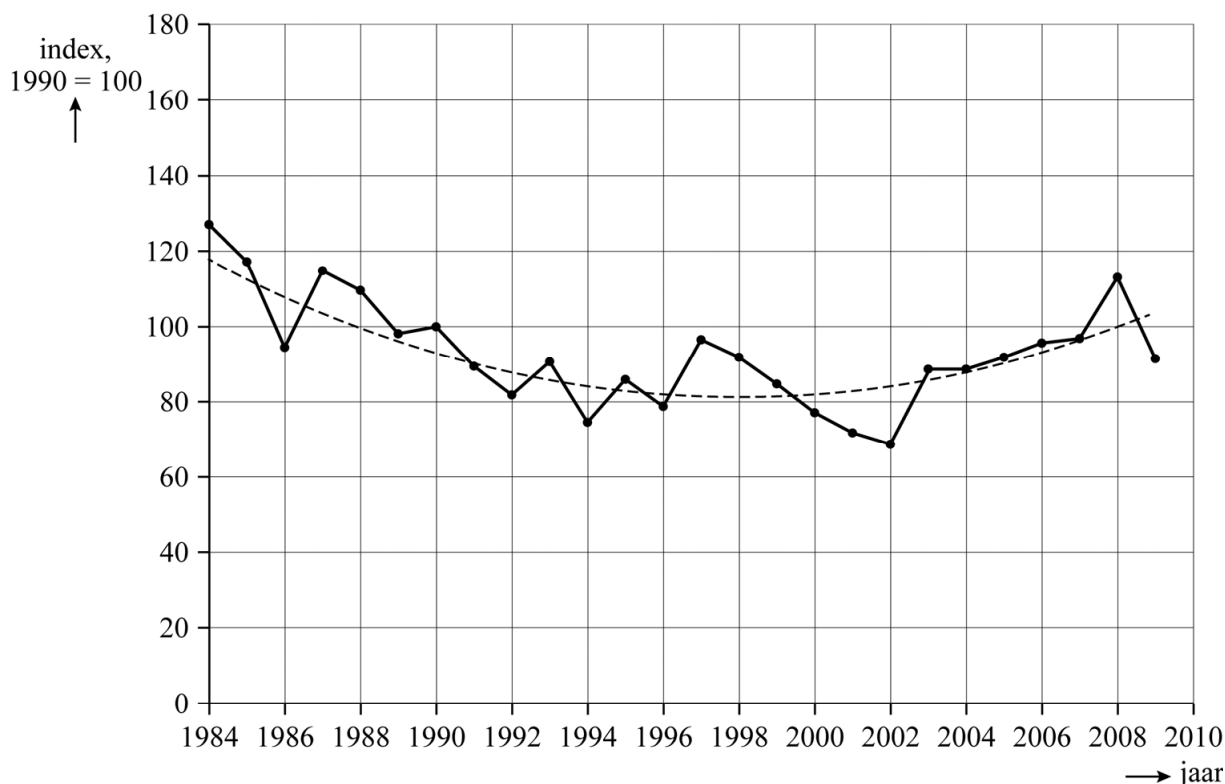


Bonte vliegenvanger

De bonte vliegenvanger is een trekvogel die in de lente en zomer in Nederland broedt en in Afrika overwintert. In Nederland nam het aantal bonte vliegenvangers aan het eind van de twintigste eeuw af. Daarna namen de aantallen weer toe. Zie de figuur.



figuur



De aantallen worden gegeven als percentages, waarbij het aantal in 1990 op 100% gesteld is. De relatieve aantallen bonte vliegenvangers per jaar ten opzichte van 1990 zijn in de figuur weergegeven met stippen.

In de figuur is door middel van een stippellijn een kwadratische trendlijn getekend. Deze trendlijn bereikt een minimum van 81% in 1998 en is daarna stijgend. Ook na 2008 heeft deze trend zich doorgezet.

De formule voor de trendlijn kan worden geschreven als:

$$V = c \cdot t^2 + 81$$

Hierin is V het aantal bonte vliegenvangers als percentage van het aantal in 1990, t de tijd in jaren met $t = 0$ in 1998 en c een constante.

In 2015 was het werkelijke aantal bonte vliegenvangers 50% hoger dan in 1990.

- 4p 13 Bereken met behulp van de figuur de waarde van c in de formule en onderzoek vervolgens of het werkelijke aantal bonte vliegenvangers in 2015 in overeenstemming met de formule was.

Om de afname en de toename van het aantal bonte vliegenvangers te verklaren, gebruiken onderzoekers een model waarbij ze uitgaan van precies twee typen bonte vliegenvangers, type A en type B. De vogels van type A starten eerder met broeden dan die van type B. In de loop der jaren is er steeds vroeger veel voedsel beschikbaar voor de jonge vogels, waardoor er steeds meer vogels van type A en minder van type B komen.

Voor elk van de typen A en B nemen we het volgende aan:

- Het aantal volwassen vogels in (de lente van) jaar $n + 1$ is het aantal volwassen vogels uit jaar n dat de winter overleefd heeft plus het aantal jonge vogels dat er in jaar n bij gekomen is en die de winter overleefd hebben.
- Er zijn evenveel volwassen mannetjes als vrouwtjes. Deze vormen allemaal paartjes, elk paartje maakt een nest.
- Jonge vogels worden geboren in een nest. Ze zijn na een jaar volwassen of ze hebben de winter niet overleefd.

Van beide typen overleeft 50% van de volwassen vogels de winter. Van type A vliegen gemiddeld 5,9 jongen per nest uit en van deze jongen overleeft 20% de winter. Voor type B is dit ongunstiger: er vliegen gemiddeld 5,0 jongen per nest uit en daarvan overleeft 18% de winter.

Met behulp van deze gegevens kan het volgende model opgesteld worden:

$$A_{n+1} = 1,09 \cdot A_n \text{ met beginwaarde } A_0$$
$$B_{n+1} = 0,95 \cdot B_n \text{ met beginwaarde } B_0$$

Hierin is A_n het aantal volwassen vogels van type A en B_n het aantal volwassen vogels van type B in jaar n .

- 4p **14** Leg uit hoe de formule $B_{n+1} = 0,95 \cdot B_n$ volgt uit de gegevens.

In het verleden waren er veel meer volwassen vogels van type B. Neem aan dat in een zeker jaar het aantal volwassen vogels van type B vijf keer zo groot was als het aantal volwassen vogels van type A.

- 3p **15** Bereken na hoeveel jaar het aantal volwassen vogels van type A dan voor het eerst groter is dan dat van type B.

In 1984 waren er 60 000 bonte vliegenvangers. Het totale aantal vogels N in jaar t , met $t = 0$ in 1984, kan worden benaderd met de volgende continue formule:

$$N(t) = 60\,000 \cdot (a \cdot 1,09^t + b \cdot 0,95^t)$$

Hierin is a het **begintaandeel** van type A en b het begintaandeel van type B. Dus als er in jaar 0 bijvoorbeeld 20% van type A is en dus 80% van type B, dan is $a = 0,2$ en $b = 0,8$. In dat geval is er een minimumaantal bonte vliegenvangers in 1990.

We weten dat a en b samen 1 moeten zijn, dus $a + b = 1$.

Nu kunnen we de afgeleide van $N(t)$, met $t = 0$ in 1984, als volgt benaderen:

$$N'(t) = 60\,000 \cdot (a \cdot 0,086 \cdot 1,09^t - (1-a) \cdot 0,051 \cdot 0,95^t)$$

2p 16 Toon dit aan.

We willen onderzoeken met welke waarden van a en b dit model zou kunnen passen bij de waargenomen trend van de aantallen bonte vliegenvangers in de figuur. We zien dat dan het totale aantal vogels minimaal moet zijn in 1998.

3p 17 Onderzoek met behulp van de formule van de afgeleide bij welke beginverdeling van type A en type B het totale aantal vogels minimaal is in 1998. Geef de beginverdeling in hele procenten.