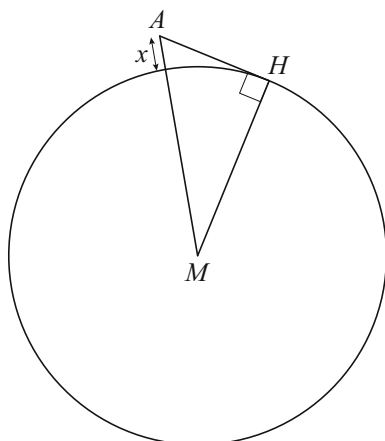


## Hoe ver is de horizon?

Bij helder weer geldt: naarmate je hoger staat, kun je verder kijken. Maar is het ook zo dat je tweemaal zo ver kunt kijken als je tweemaal zo hoog staat? Dat onderzoeken we in deze opgave.

Daarvoor maken we een model: we beschouwen de aarde als een gladde bol. Zie de figuur.

figuur



De ogen van een waarnemer staan in punt  $A$  en de waarnemer kan tot punt  $H$  kijken: zó ver reikt zijn horizon. Punt  $M$  is het middelpunt van de aarde. Lijnstuk  $MH$  is een straal van de aarde;  $MH = 6371$  km. De lengte van lijnstuk  $MA$  is 6371 km plus de hoogte van  $A$  boven de grond. De hoogte van  $A$  boven de grond noemen we  $x$  (in kilometers).

Driehoek  $AHM$  is rechthoekig. Met de stelling van Pythagoras

$AH^2 + HM^2 = AM^2$  kunnen we nu de afstand  $AH$  (in kilometers) uitdrukken in  $x$ :

$$AH = \sqrt{12742x + x^2}$$

4p 12 Toon aan dat de formule voor  $AH$  juist is.

Wie de Domtoren in Utrecht beklimt, kan op 75 meter ooghoogte en op 90 meter ooghoogte naar buiten kijken.

3p 13 Bereken hoeveel je op 90 meter ooghoogte verder kunt kijken dan op 75 meter ooghoogte. Geef je antwoord in gehele km nauwkeurig.

Dat je verder kunt kijken als je hoger staat, betekent dat  $AH$  toeneemt als  $x$  toeneemt.

Uit de formule blijkt dat dit het geval is.

- 2p **14** Beredeneer aan de hand van de formule van  $AH$  dat  $AH$  toeneemt als  $x$  toeneemt.

Ook door te differentiëren kun je aantonen dat  $AH$  toeneemt als  $x$  toeneemt.

- 5p **15** Bepaal de afgeleide  $\frac{dAH}{dx}$  en beredeneer aan de hand van de formule van deze afgeleide, dus zonder een schets of tekening van de grafiek van de afgeleide te maken, dat  $AH$  toeneemt als  $x$  toeneemt.

Henk beweert dat, als je tweemaal zo hoog staat, je ook altijd tweemaal zo ver kunt kijken.

- 3p **16** Onderzoek met behulp van de formule voor  $AH$  of Henk gelijk heeft.