

Correctievoorschrift HAVO

2021

tijdvak 3

wiskunde B

Het correctievoorschrift bestaat uit:

- 1 Regels voor de beoordeling
- 2 Algemene regels
- 3 Vakspecifieke regels
- 4 Beoordelingsmodel
- 5 Aanleveren scores
- 6 Bronvermeldingen

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit VO.

Voorts heeft het College voor Toetsen en Examens op grond van artikel 2 lid 2d van de Wet College voor toetsen en examens de Regeling beoordelingsnormen en bijbehorende scores centraal examen vastgesteld.

Voor de beoordeling zijn de volgende aspecten van de artikelen 36, 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit VO van belang:

- 1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinerator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinerator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door het College voor Toetsen en Examens.
- 2 De directeur doet de van de examinerator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de directeur van de school van de gecommitteerde toekomen. Deze stelt het ter hand aan de gecommitteerde.

- 3 De gecommiteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door het College voor Toetsen en Examens.
De gecommiteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommiteerde.
- 4 De examinerator en de gecommiteerde stellen in onderling overleg het behaalde aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
- 5 Indien de examinerator en de gecommiteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommiteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examinerator. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke corrector aanwijzen. De beoordeling van deze derde corrector komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de regeling van het College voor Toetsen en Examens van toepassing:

- 1 De examinerator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.
- 2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinerator en door de gecommiteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met correctievoorschrift. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.
- 3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
 - 3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
 - 3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
 - 3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
 - 3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
 - 3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
 - 3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;

- 3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;
- 3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen;
- 3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.
- 4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Als het antwoord op een andere manier is gegeven, maar onomstotelijk vaststaat dat het juist is, dan moet dit antwoord ook goed gerekend worden. Voor het juiste antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal scorepunten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.
- 5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
- 6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
- 7 Indien de examinerator of de gecommiteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan het College voor Toetsen en Examens. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.
- 8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.
- 9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB1 *T.a.v. de status van het correctievoorschrift:*

Het College voor Toetsen en Examens heeft de correctievoorschriften bij regeling vastgesteld. Het correctievoorschrift is een zogeheten algemeen verbindend voorschrift en valt onder wet- en regelgeving die van overheidswege wordt verstrekt. De corrector mag dus niet afwijken van het correctievoorschrift.

NB2 *T.a.v. het verkeer tussen examiner en gecommiteerde (eerste en tweede corrector):*
Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht. Evenmin is er een standaardformulier voorgeschreven voor de vermelding van de scores van de kandidaten. Het vermelden van het schoolexamencijfer is toegestaan, maar niet verplicht. Binnen de ruimte die de regelgeving biedt, kunnen scholen afzonderlijk of in gezamenlijk overleg keuzes maken.

NB3 *T.a.v. aanvullingen op het correctievoorschrift:*

Er zijn twee redenen voor een aanvulling op het correctievoorschrift: verduidelijking en een fout.

Verduidelijking

Het correctievoorschrift is vóór de afname opgesteld. Na de afname blijkt pas welke antwoorden kandidaten geven. Vragen en reacties die via het Examenloket bij de Toets- en Examenlijn binnenkomen, kunnen duidelijk maken dat het correctievoorschrift niet voldoende recht doet aan door kandidaten gegeven antwoorden. Een aanvulling op het correctievoorschrift kan dan alsnog duidelijkheid bieden.

Een fout

Als het College voor Toetsen en Examens vaststelt dat een centraal examen een fout bevat, kan het besluiten tot een aanvulling op het correctievoorschrift.

Een aanvulling op het correctievoorschrift wordt door middel van een mailing vanuit Examenblad.nl bekendgemaakt. Een aanvulling op het correctievoorschrift wordt zo spoedig mogelijk verstuurd aan de examensecretarissen.

Soms komt een onvolkomenheid pas geruime tijd na de afname aan het licht. In die gevallen vermeldt de aanvulling:

- Als het werk al naar de tweede corrector is gezonden, past de tweede corrector deze aanvulling op het correctievoorschrift toe.
en/of
- Als de aanvulling niet is verwerkt in de naar Cito gezonden Wolf-scores, voert Cito dezelfde wijziging door die de correctoren op de verzamelstaat doorvoeren.

Dit laatste gebeurt alleen als de aanvulling luidt dat voor een vraag alle scorepunten moeten worden toegekend.

Als een onvolkomenheid op een dusdanig laat tijdstip geconstateerd wordt dat een aanvulling op het correctievoorschrift ook voor de tweede corrector te laat komt, houdt het College voor Toetsen en Examens bij de vaststelling van de N-term rekening met de onvolkomenheid.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

- 1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt 1 scorepunt in mindering gebracht tot het maximum van het aantal scorepunten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.
- 2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de grafische rekenmachine gebruiken. Bij de betreffende vragen geven de kandidaten een toelichting waaruit blijkt hoe zij de GR hebben gebruikt.
- 3a Als bij een vraag doorgerekend wordt met tussenantwoorden die afgerond zijn, en dit leidt tot een ander eindantwoord dan wanneer doorgerekend is met niet afgeronde tussenantwoorden, wordt bij de betreffende vraag één scorepunt in mindering gebracht. Tussenantwoorden mogen wel afgerond genoteerd worden.
- 3b Uitzondering zijn die gevallen waarin door de context wordt bepaald dat tussenantwoorden moeten worden afgerond.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Transistors en opslagcapaciteit

1 maximumscore 3

- De groeifactor per vijf jaar is $(\frac{6,9}{1}) = 6,9$ 1
- De groeifactor per jaar is $6,9^{\frac{1}{5}} (=1,47\dots)$ 1
- In 2021 zal het aantal transistors $1,47\dots^8 \approx 22$ (miljard) zijn 1

2 maximumscore 4

- De groeifactor per jaar is 0,68 1
- De vergelijking $222 \cdot 0,68^t = 0,001$ (met t in jaren vanaf 1 januari 1992) moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- Dit geeft $t = 31,9\dots$, dus (is de prijs voor het eerst minder dan 0,001 dollar in het jaar) 2023 1

of

- De groeifactor per jaar is 0,68 1
- De vergelijking $222 \cdot 0,68^t = 0,001$ (met t in jaren vanaf 1 januari 1992) moet worden opgelost 1
- $m = 31$ geeft 0,0014... en $m = 32$ geeft 0,0009... (dus de oplossing van de vergelijking is groter dan 31, maar kleiner dan 32) 1
- Dus (is de prijs voor het eerst minder dan 0,001 dollar in het jaar) 2023 1

Opmerking

Voor het eindantwoord 2024 geen scorepunten in mindering brengen.

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

3 maximumscore 4

- Aflezen van $\log(p)$ geeft 0 in 2004 en $-1,6$ in 2013 1
- De prijs per GB was dus ($10^0 =$) 1 (dollar) in 2004 en $10^{-1,6} = 0,025\dots$ (dollar) in 2013 1
- De prijs van de harde schijf uit 2004 was dus 250 (dollar); de prijs van de harde schijf uit 2013 was dus $2 \cdot 1000 \cdot 0,025\dots = 50,23\dots$ (dollar) 1
- De harde schijf uit 2013 is dus $\left(\frac{250 - 50,23\dots}{250} \cdot 100(\%) \approx\right) 80(\%)$ goedkoper 1

Opmerking

Bij het aflezen van $\log(p)$ in 2013 is een marge van 0,1 toegestaan.

Hetzelfde snijpunt met de y -as

4 maximumscore 7

- De y -coördinaat van T is ($g(0) =$) 6 1
- $g(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ 1
- $x^3 - x^2 - 7x - 29 = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ geeft $x^2 - 2x - 35 = 0$ 1
- $(x + 5)(x - 7) = 0$, dus $x = -5$ of $x = 7$ 1
- Invullen geeft respectievelijk $y = -144$ en $y = 216$ 1
- De richtingscoëfficiënt van de lijn door A en B is $\frac{216 - (-144)}{7 - (-5)} = 30$ 1
- Voor de lijn door A en B geldt dus $y = 30x + b$; invullen van bijvoorbeeld $(7, 216)$ geeft $b = 6$, dus de y -coördinaat van S is 6 (dus S en T hebben dezelfde y -coördinaat) 1

Twee transformaties

5 maximumscore 8

- $f'(x) = 3(3x-4)^{-\frac{1}{2}}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 2
- De vergelijking $3(3x-4)^{-\frac{1}{2}} = \frac{3}{4}$ moet worden opgelost 1
- Hieruit volgt $4 = (3x-4)^{\frac{1}{2}}$ 1
- $3x-4 = 16$ 1
- Dus $x = \frac{20}{3}$ 1
- $f\left(\frac{20}{3}\right) = 8$ en het punt op l met x -coördinaat $\frac{20}{3}$ heeft
 y -coördinaat $\frac{3}{4} \cdot \frac{20}{3} = 5$ 1
- $c = (8-5) = 3$ 1

Opmerking

Voor het eerste antwoordelement mogen uitsluitend 0 of 2 scorepunten worden toegekend.

6 maximumscore 6

- Na vermenigvuldiging ten opzichte van de x -as van lijn l met factor p ontstaat een lijn met vergelijking $y = p \cdot \frac{3}{4}x$ 1
- De vergelijking $2\sqrt{3x-4} = p \cdot \frac{3}{4}x$ moet één oplossing hebben 1
- $(2\sqrt{3x-4})^2 = \frac{9}{16}p^2x^2$ 1
- $\frac{9}{16}p^2x^2 - 12x + 16 = 0$ 1
- $D = 0$ geeft $144 - 36p^2 = 0$ 1
- Hieruit volgt $p^2 = 4$, dus $p = 2$ ($p = -2$ voldoet niet) 1

of

- De vergelijking $2\sqrt{3x-4} = ax$ moet één oplossing hebben 1
- $(2\sqrt{3x-4})^2 = a^2x^2$ 1
- $a^2x^2 - 12x + 16 = 0$ 1
- $D = 0$ geeft $144 - 64a^2 = 0$ 1
- Hieruit volgt $a^2 = \frac{144}{64}$, dus $a = \frac{3}{2}$ ($a = -\frac{3}{2}$ voldoet niet) 1
- $p = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{4}} = 2$ 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Bouwkraan

7 maximumscore 4

- De cosinusregel in ΔPQR geeft $12^2 = 5,5^2 + 9^2 - 2 \cdot 5,5 \cdot 9 \cdot \cos(\angle PRQ)$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking algebraïsch kan worden opgelost 1
- Dit geeft $\angle PRQ = 109,31\dots(^{\circ})$ 1
- Dus $\angle SRQ = 180 - 109,31\dots = 70,68\dots(^{\circ})$, dus $\angle SRQ \approx 70,7(^{\circ})$ 1

8 maximumscore 4

- Vóór de verplaatsing geldt $RS = 9 \cdot \cos(70,68\dots^{\circ}) (= 2,97\dots)$ 1
- Na de verplaatsing geldt $RS = 5,47\dots$ en $PS = 5,47\dots + 5,5 = 10,97\dots$ 1
- $QS = \sqrt{9^2 - 5,47\dots^2} = 7,14\dots$ 1
- $PQ = \sqrt{10,97\dots^2 + 7,14\dots^2} \approx 13,1(\text{m})$ 1

of

- Vóór de verplaatsing geldt $RS = \cos(70,68\dots^{\circ}) \cdot 9 (= 2,97\dots)$ 1
- Na de verplaatsing geldt $RS = 5,47\dots$ en $\cos(\angle SRQ) = \frac{5,47\dots}{9} = 0,60\dots$ 1
- Hieruit volgt $\angle SRQ = 52,51\dots(^{\circ})$, dus $\angle PRQ = 180 - 52,51\dots = 127,48\dots(^{\circ})$ 1
- De cosinusregel in ΔPQR geeft $PQ^2 = 5,5^2 + 9^2 - 2 \cdot 5,5 \cdot 9 \cdot \cos(127,48\dots^{\circ})$, waaruit volgt dat $PQ \approx 13,1(\text{m})$ 1

Opmerking

Als de kandidaat bij de vorige vraag een eindantwoord had anders dan $70,7^{\circ}$, en daarmee in deze vraag rekent, dan bij deze vraag geen scorepunten in mindering brengen.

Prooidieren en roofdieren

9 maximumscore 4

- Het minimum is 1000 en het maximum is 5000, dus de evenwichtsstand is 3000 en de amplitude is 2000 (dus $r(t) = 3000 + 2000 \sin(b(t - c))$) 1
- De periode is 10, dus $b = \frac{2\pi}{10} (= \frac{1}{5}\pi)$ 1
- Een beginpunt van de grafiek ligt bij $t = 1$, dus $c = 1$ 1
- Het functievoorschrift is dan $r(t) = 3000 + 2000 \sin(\frac{1}{5}\pi(t - 1))$ (of bijvoorbeeld $r(t) = 3000 + 2000 \cos(\frac{1}{5}\pi(t - 3,5))$) 1

Opmerking

Wanneer de kandidaat een functievoorschrift opstelt passend bij de grafiek van de prooidieren, voor deze vraag maximaal 3 scorepunten toekennen.

10 maximumscore 3

- Het invoeren van de hellingfunctie van p op de GR 1
 - Beschrijven hoe het maximum van deze functie kan worden berekend 1
 - De maximale groeisnelheid is (afgerond) 2700 (prooidieren per jaar) 1
- of
- Uit het functievoorschrift van p volgt dat de maximale groeisnelheid wordt bereikt op $t = 3$ (want daar stijgt de grafiek door de evenwichtsstand) 1
 - Deze groeisnelheid wordt benaderd door $\frac{p(3,001) - p(3)}{0,001}$ (of beschrijven hoe de richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de grafiek voor $t = 3$ met de GR gevonden kan worden) 1
 - Dit is (afgerond) 2700 (prooidieren per jaar) 1

Opmerkingen

- Als een differentiequotient wordt gebruikt, en hierbij een interval wordt gehanteerd met $\Delta t > 0,001$ leidend tot het antwoord 2700, dan geen scorepunten in mindering brengen.
- Wanneer de kandidaat het functievoorschrift van r in plaats van dat van p gebruikt, voor deze vraag maximaal 2 scorepunten toekennen.

11 maximumscore 4

- De vergelijking $4800 + 3400 \cdot \sin(\frac{1}{4}\pi(t - 3)) = 4300$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- Dit geeft bijvoorbeeld $t = 2,81\dots$ en $t = 7,18\dots$ 1
- $r(2,81\dots) \approx 1200$ en $r(7,18\dots) \approx 3800$ (dus dit zijn de getallen die op de puntjes moeten staan) 1

Raaklijn aan cirkel

12 maximumscore 3

- De richtingscoëfficiënt van de lijn door O en P is $\frac{4}{3}$ 1
- De raaklijn aan c in P heeft dus richtingscoëfficiënt $-\frac{3}{4}$ 1
- $P(-3, -4)$ ligt op de lijn met vergelijking $y = -\frac{3}{4}x + b$; hieruit volgt $b = -6\frac{1}{4}$ (dus is $y = -\frac{3}{4}x - 6\frac{1}{4}$ inderdaad een vergelijking van l) 1

of

- Omdat $-4 = -\frac{3}{4} \cdot -3 - 6\frac{1}{4}$, ligt P op de lijn met vergelijking $y = -\frac{3}{4}x - 6\frac{1}{4}$ 1
- Voor gemeenschappelijke punten van c en de lijn met vergelijking $y = -\frac{3}{4}x - 6\frac{1}{4}$ geldt $x^2 + (-\frac{3}{4}x - 6\frac{1}{4})^2 = 25$; herleiden tot $1\frac{9}{16}x^2 + 9\frac{3}{8}x + 14\frac{1}{16} = 0$ 1
- De bijbehorende discriminant is $(9\frac{3}{8})^2 - 4 \cdot 1\frac{9}{16} \cdot 14\frac{1}{16} = 0$ (dus de lijn met vergelijking $y = -\frac{3}{4}x - 6\frac{1}{4}$ heeft één punt gemeenschappelijk met c , dus is $y = -\frac{3}{4}x - 6\frac{1}{4}$ inderdaad een vergelijking van l) 1

of

- Omdat $-4 = -\frac{3}{4} \cdot -3 - 6\frac{1}{4}$, ligt P op de lijn met vergelijking $y = -\frac{3}{4}x - 6\frac{1}{4}$ 1
- De richtingscoëfficiënt van de lijn door O en P is $\frac{4}{3}$ 1
- Omdat $\frac{4}{3} \cdot -\frac{3}{4} = -1$, staat OP loodrecht op de lijn met vergelijking $y = -\frac{3}{4}x - 6\frac{1}{4}$ (dus is $y = -\frac{3}{4}x - 6\frac{1}{4}$ inderdaad een vergelijking van l) 1

13 maximumscore 5

- Voor de x -coördinaat van S geldt $-\frac{3}{4}x - 6\frac{1}{4} = 0$; dit geeft $x = -8\frac{1}{3}$ 1
- $x_A = -5$ en $x_B = 5$ 1
- $AS = -5 - (-8\frac{1}{3}) = 3\frac{1}{3}$ en $BS = 8\frac{1}{3} + 5 = 13\frac{1}{3}$ 1
- $PS^2 = (-8\frac{1}{3} - (-3))^2 + (0 - (-4))^2 = 44\frac{4}{9}$ (of met Pythagoras in $\triangle OPS$: $PS^2 = (8\frac{1}{3})^2 - 5^2 = 44\frac{4}{9}$) 1
- $AS \cdot BS = 3\frac{1}{3} \cdot 13\frac{1}{3} = 44\frac{4}{9}$ (dus $AS \cdot BS = PS^2$) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

14 maximumscore 4

- $AS = 7$ en $BS = 3$, dus $PS^2 = (7 \cdot 3 =) 21$ 1
- Lijn m staat loodrecht op PM , dus $MS^2 = 21 + 3^2$ 1
- Dus $MS = \sqrt{30}$ 1
- Dus de afstand tussen punt S en cirkel d is $\sqrt{30} - 3$ 1

of

- $AS = 7$ en $BS = 3$, dus $PS^2 = (7 \cdot 3 =) 21$ 1
- Als F en G snijpunten van de lijn door M en S met d zijn (met F het dichtst bij S), dan geldt: als $FS = x$, dan $GS = 6 + x$ (en x is de gevraagde afstand) 1
- (Er moet gelden $FS \cdot GS = PS^2$), dus de vergelijking $x(6 + x) = 21$ moet worden opgelost 1
- Exact oplossen geeft $x = \frac{-6 + \sqrt{120}}{2}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
 ($x = \frac{-6 - \sqrt{120}}{2}$ voldoet niet)

of

- Als C het midden van lijnstuk AB is, dan geldt $\angle ACM = 90^\circ$ (omdat $\triangle AMB$ gelijkbenig is) 1
- Pythagoras in $\triangle ACM$ geeft $MC = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$ 1
- ($CS = \frac{1}{2} \cdot 4 + 3 = 5$, dus) Pythagoras in $\triangle MCS$ geeft $MS = \sqrt{5^2 + \sqrt{5}^2} = \sqrt{30}$ 1
- Dus de afstand tussen punt S en cirkel d is $\sqrt{30} - 3$ 1

Logaritmen en snijpunten

15 maximumscore 5

- De verticale asymptoten kunnen worden gevonden door de vergelijkingen $2x - 4 = 0$ en $6 - x = 0$ op te lossen 1
- Dit geeft $x = 2$ en $x = 6$ voor de asymptoot van de grafiek van f respectievelijk g 1
- Voor de x -coördinaat van S geldt $(\log(2x - 4) = \log(6 - x))$, dus $2x - 4 = 6 - x$ 1
- Dit geeft $x = \frac{10}{3}$ 1
- De afstanden van S tot de asymptoten van f en g zijn respectievelijk $\frac{10}{3} - 2 = \frac{4}{3}$ en $6 - \frac{10}{3} = \frac{8}{3}$, dus het antwoord: $(\frac{8}{3} : \frac{4}{3} =) 2$ (keer zo groot) 1

16 maximumscore 5

- De vergelijking $\log(2a - 4) - \log(6 - a) = 1$ moet worden opgelost 1
- Hieruit volgt $\log\left(\frac{2a - 4}{6 - a}\right) = 1$ 1
- Dit geeft $\frac{2a - 4}{6 - a} = 10$ 1
- Hieruit volgt $2a - 4 = 10(6 - a)$, dus $2a - 4 = 60 - 10a$ 1
- Dit geeft $a = \frac{16}{3}$ 1

Opmerking

Als wordt gewerkt met x in plaats van met a , hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

Maximale richtingscoëfficiënt

17 maximumscore 5

- $a = \left(\frac{3 - \frac{1}{p^2} - p}{p}\right) \frac{3}{p} - \frac{1}{p^3} - 1$ 1
- $a = 3p^{-1} - p^{-3} - 1$ 1
- $a' = -3p^{-2} + 3p^{-4}$ 1
- $a' = 0$ geeft $-3p^2 + 3 = 0$ 1
- $3p^2 = 3$, dus $p = 1$ ($p = -1$ voldoet niet) 1

Opmerking

Als wordt gewerkt met x in plaats van met p , hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

5 Aanleveren scores

Verwerk de scores van alle kandidaten per examinator in de applicatie Wolf.
Accordeer deze gegevens voor Cito uiterlijk op 12 juli.

6 Bronvermeldingen

Transistors en opslagcapaciteit

foto bron: Shutterstock stockillustratie-id: 259506596, fotograaf Volodymyr Krasyuk

Bouwkraan

figuur 1 bron: Kostas Kotsanas - YouTube - 27 augustus 2009