Correctievoorschrift VWO

2019

tijdvak 1

wiskunde B

Het correctievoorschrift bestaat uit:
1 Regels voor de beoordeling
2 Algemene regels
3 Vakspecifieke regels
4 Beoordelingsmodel
5 Aanleveren scores

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit VO.
Voorts heeft het College voor Toetsen en Examens op grond van artikel 2 lid 2d van de Wet College voor toetsen en examens de Regeling beoordelingsnormen en bijbehorende scores centraal examen vastgesteld.
Voor de beoordeling zijn de volgende aspecten van de artikelen 36, 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit VO van belang:

1. De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door het College voor Toetsen en Examens.
2. De directeur doet de van de examinator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de directeur van de school van de gecommitteerde toekomen. Deze stelt het ter hand aan de gecommitteerde.

3 De gecommitteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door het College voor Toetsen en Examens.
De gecommitteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommitteerde.
4 De examinator en de gecommitteerde stellen in onderling overleg het behaalde aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
5 Indien de examinator en de gecommitteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommitteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examinator. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke corrector aanwijzen. De beoordeling van deze derde corrector komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de regeling van het College voor Toetsen en Examens van toepassing:
1 De examinator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.
2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinator en door de gecommitteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met correctievoorschrift. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.
3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;

3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;

3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen;

3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.

4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal scorepunten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.

5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

7 Indien de examinator of de gecommitteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan het College voor Toetsen en Examens.
Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.

8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.

9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB1 *T.a.v. de status van het correctievoorschrift:*
Het College voor Toetsen en Examens heeft de correctievoorschriften bij regeling vastgesteld. Het correctievoorschrift is een zogeheten algemeen verbindend voorschrift en valt onder wet- en regelgeving die van overheidswege wordt verstrekt. De corrector mag dus niet afwijken van het correctievoorschrift.

NB2 *T.a.v. het verkeer tussen examinator en gecommitteerde (eerste en tweede corrector):*
Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht. Evenmin is er een standaardformulier voorgeschreven voor de vermelding van de scores van de kandidaten. Het vermelden van het schoolexamencijfer is toegestaan, maar niet verplicht. Binnen de ruimte die de regelgeving biedt, kunnen scholen afzonderlijk of in gezamenlijk overleg keuzes maken.

NB3 *T.a.v. aanvullingen op het correctievoorschrift:*
Er zijn twee redenen voor een aanvulling op het correctievoorschrift: verduidelijking en een fout.
Verduidelijking
Het correctievoorschrift is vóór de afname opgesteld. Na de afname blijkt pas welke antwoorden kandidaten geven. Vragen en reacties die via het Examenloket bij de Toets- en Examenlijn binnenkomen, kunnen duidelijk maken dat het correctievoorschrift niet voldoende recht doet aan door kandidaten gegeven antwoorden. Een aanvulling op het correctievoorschrift kan dan alsnog duidelijkheid bieden.
Een fout
Als het College voor Toetsen en Examens vaststelt dat een centraal examen een fout bevat, kan het besluiten tot een aanvulling op het correctievoorschrift.

Een aanvulling op het correctievoorschrift wordt door middel van een mailing vanuit Examenblad.nl bekendgemaakt. Een aanvulling op het correctievoorschrift wordt zo spoedig mogelijk verstuurd aan de examensecretarissen.
Soms komt een onvolkomenheid pas geruime tijd na de afname aan het licht. In die gevallen vermeldt de aanvulling:

– Als het werk al naar de tweede corrector is gezonden, past de tweede corrector deze aanvulling op het correctievoorschrift toe.
  en/of
– Als de aanvulling niet is verwerkt in de naar Cito gezonden Wolf-scores, voert Cito dezelfde wijziging door die de correctoren op de verzamelstaat doorvoeren.

Dit laatste gebeurt alleen als de aanvulling luidt dat voor een vraag alle scorepunten moeten worden toegekend.

Als een onvolkomenheid op een dusdanig laat tijdstip geconstateerd wordt dat een aanvulling op het correctievoorschrift ook voor de tweede corrector te laat komt, houdt het College voor Toetsen en Examens bij de vaststelling van de N-term rekening met de onvolkomenheid.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:
1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt 1 scorepunt in mindering gebracht tot het maximum van het aantal scorepunten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.
2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de grafische rekenmachine gebruiken. Bij de betreffende vragen geven de kandidaten een toelichting waaruit blijkt hoe zij de GR hebben gebruikt.
3a Als bij een vraag doorgerekend wordt met tussenantwoorden die afgerond zijn, en dit leidt tot een ander eindantwoord dan wanneer doorgerekend is met niet-afgeronde tussenantwoorden, wordt bij de betreffende vraag één scorepunt in mindering gebracht. Tussenantwoorden mogen wel afgerond genoteerd worden.
3b Uitzondering zijn die gevallen waarin door de context wordt bepaald dat tussenantwoorden moeten worden afgerond.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Lijnen door de oorsprong en een cirkel

1 maximumscore 5

- Een vergelijking van c is $(x-1)^2+(y-7)^2=25$ — 1
- Voor de snijpunten geldt $(t-1)^2+(2t-7)^2=25$ — 1
- Herleiden tot $5t^2-30t+25=0$ — 1
- Een exacte berekening waaruit volgt $t=1$ of $t=5$ — 1
- De snijpunten zijn $(1,2)$ en $(5,10)$ — 1

of

- Een vergelijking van c is $(x-1)^2+(y-7)^2=25$ — 1
- Voor de snijpunten geldt (omdat $x=\frac{1}{2}y$ een vergelijking van k is) $\left(\frac{1}{2}y-1\right)^2+(y-7)^2=25$ — 1
- Herleiden tot $\frac{5}{4}y^2-15y+25=0$ — 1
- Een exacte berekening waaruit volgt $y=2$ of $y=10$ — 1
- De snijpunten zijn $(1,2)$ en $(5,10)$ — 1

Rechts van het snijpunt

2 maximumscore 5

- De x-coördinaat van A is 4,5 — 1
- De afgeleide van f is $f'(x)=-6\sin(2x)-\dfrac{1}{\sqrt{2x}}$ — 2
- Beschrijven hoe uit de vergelijking $-6\sin(2x)-\dfrac{1}{\sqrt{2x}}=0$ de x-coördinaat van B gevonden kan worden — 1
- Deze x-coördinaat is $4,7...(>4,5)$, dus B ligt rechts van A — 1

Opmerking
Als de kandidaat bij het differentiëren de kettingregel niet of niet correct heeft toegepast, voor deze vraag maximaal 3 scorepunten toekennen.

Altijd raak

3 maximumscore 5

- $f_p'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x-p}}$ 1
- In het raakpunt moet gelden $\dfrac{1}{2\sqrt{x-p}} = 1$ 1
- Hieruit volgt $x = \frac{1}{4} + p$ 1
- $f_p\left(\frac{1}{4} + p\right) = p + \sqrt{\frac{1}{4} + p - p} = p + \frac{1}{2}$ 1
- $x = \frac{1}{4} + p$ invullen in de vergelijking van k geeft $y = \frac{1}{4} + p + \frac{1}{4} = p + \frac{1}{2}$, dus lijn k raakt de grafiek van f_p voor elke toegestane waarde van p 1

of

- Bekijk $g(x) = \sqrt{x}$, dan $g'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ 1
- In het raakpunt moet gelden $\dfrac{1}{2\sqrt{x}} = 1$, dus $x = \frac{1}{4}$ 1
- $g\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$ en $x = \frac{1}{4}$ invullen in de vergelijking van k geeft $y = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$, dus lijn k raakt de grafiek van g 1
- De grafiek van f_p ontstaat uit de grafiek van g door deze p naar rechts en p omhoog te verschuiven 1
- (Deze verschuiving komt overeen met de vector $\begin{pmatrix} p \\ p \end{pmatrix}$ en) dat is de richtingsvector van lijn k, dus lijn k raakt de grafiek van f_p voor elke toegestane waarde van p 1

4 maximumscore 3

- De x-coördinaat van het randpunt van de grafiek van f_p is p 1
- $f_{p-1}(x) = p - 1 + \sqrt{x - p + 1}$ 1
- $f_{p-1}(p) = p = f_p(p)$ (, dus het randpunt van de grafiek van f_p ligt op de grafiek van f_{p-1}) 1

5 maximumscore 5

- Een vergelijking van lijn l is $y = x$ 1
- De oppervlakte is gelijk aan $\int_1^2 \left(1 + \sqrt{x-1} - x\right) \mathrm{d}x$ 1
- Een primitieve van $1 + \sqrt{x-1} - x$ is $x + \frac{2}{3}(x-1)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{2}x^2$ 2
- De oppervlakte is gelijk aan $\frac{1}{6}$ 1

Slingshot

6	**maximumscore 3**	
	• $L = \sqrt{20^2 + 7^2}$	1
	• $L = 21{,}18...$ (of $L - 8 = 13{,}18...$)	1
	• $F_{\text{k}} = 7{,}9$ (kN)	1
7	**maximumscore 6**	
	• $L = \sqrt{x^2 + 49}$	1
	• $\cos(\alpha) = \dfrac{x}{L}$	1
	• $F_{\text{kv}} = 2 \cdot 0{,}6 \cdot \left(\sqrt{x^2+49} - 8\right) \cdot \dfrac{x}{\sqrt{x^2+49}}$	1
	• De vergelijking $2 \cdot 0{,}6 \cdot \left(\sqrt{x^2+49} - 8\right) \cdot \dfrac{x}{\sqrt{x^2+49}} = 1{,}8$ moet worden opgelost	1
	• Beschrijven hoe deze vergelijking wordt opgelost	1
	• $x = 7{,}25...$, dus het antwoord is 13 (m)	1

Een logaritmische functie en haar afgeleide

8	**maximumscore 5**	
	• $g(x) = 1 \cdot \ln(x) + x \cdot \frac{1}{x} - 1$	1
	• Uit $f(x) = g(x)$ volgt $x\ln(x) - x + 1 = \ln(x)$	1
	• Hieruit volgt $(x-1)\ln(x) = x - 1$	1
	• Hieruit volgt $x - 1 = 0$ of $\ln(x) = 1$	1
	• Dus $x = 1$ of $x = \text{e}$	1

9 maximumscore 7

- $\int_p^{2p} g(x)\,\mathrm{d}x = f(2p) - f(p)$ — 1
- $f(2p) - f(p) = 2p\cdot\ln(2p) - 2p + 1 - \left(p\cdot\ln(p) - p + 1\right)$ — 1
- Uit $\int_p^{2p} g(x)\,\mathrm{d}x = 0$ volgt $2p\cdot\ln(2p) - p\cdot\ln(p) = p$ — 1
- $2\ln(2p) - \ln(p) = 1$ ($p = 0$ voldoet niet) — 1
- Het linkerlid is gelijk aan $\ln\left(\dfrac{(2p)^2}{p}\right) = \ln(4p)$, dus de vergelijking $\ln(4p) = 1$ moet worden opgelost — 2
- Hieruit volgt $p = \frac{1}{4}\mathrm{e}$ — 1

of

- $\int_p^{2p} g(x)\,\mathrm{d}x = f(2p) - f(p)$ — 1
- $f(2p) - f(p) = 2p\cdot\ln(2p) - 2p + 1 - \left(p\cdot\ln(p) - p + 1\right)$ — 1
- Uit $\int_p^{2p} g(x)\,\mathrm{d}x = 0$ volgt $2p\cdot\ln(2p) - p\cdot\ln(p) = p$ — 1
- $2\ln(2p) - \ln(p) = 1$ ($p = 0$ voldoet niet) — 1
- Het linkerlid is gelijk aan $2(\ln(2) + \ln(p)) - \ln(p) = 2\ln(2) + \ln(p)$, dus de vergelijking $\ln(p) = 1 - 2\ln(2)$ moet worden opgelost — 2
- Een exacte berekening waaruit volgt $p = \frac{1}{4}\mathrm{e}$ — 1

of

- De oppervlaktes van de vlakdelen moeten gelijk zijn en het snijpunt van de grafiek met de x-as ligt bij $x = 1$, dus de vergelijking $-\int_p^{1} g(x)\,\mathrm{d}x = \int_1^{2p} g(x)\,\mathrm{d}x$ moet worden opgelost — 1
- Hieruit volgt de vergelijking $-\left(f(1) - f(p)\right) = f(2p) - f(1)$ — 1
- Dit geeft $p\cdot\ln(p) - p + 1 = 2p\cdot\ln(2p) - 2p + 1$ — 1
- $2\ln(2p) - \ln(p) = 1$ ($p = 0$ voldoet niet) — 1
- Het linkerlid is gelijk aan $\ln\left(\dfrac{(2p)^2}{p}\right) = \ln(4p)$, dus de vergelijking $\ln(4p) = 1$ moet worden opgelost — 2
- Hieruit volgt $p = \frac{1}{4}\mathrm{e}$ — 1

Gebroken goniometrische functie

10 maximumscore 6

- De vergelijking $\frac{\cos(x)}{-\sin^2(x)} = \sqrt{2}$ moet worden opgelost — 1
- $\frac{\cos(x)}{\cos^2(x) - 1} = \sqrt{2}$ — 1
- Hieruit volgt $\sqrt{2} \cdot \cos^2(x) - \cos(x) - \sqrt{2} = 0$ — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking exact opgelost kan worden — 1
- Dit geeft $\cos(x) = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$ ($\cos(x) = \sqrt{2}$ heeft geen oplossingen) — 1
- Hieruit volgt dat de x-coördinaten van A en B $\frac{3}{4}\pi$ en $\frac{5}{4}\pi$ zijn — 1

11 maximumscore 6

- De teller en de noemer moeten (voor dezelfde waarde van x) gelijk zijn aan 0 — 1
- De teller is 0 als $x = \frac{1}{2}\pi + k \cdot \pi$ — 1
- Voor al deze waarden van x geldt: $\sin^2(x) = 1$ — 1
- (Voor al deze waarden van x geldt:) de noemer is 0 als $p = 1$ — 1
- $f_1(x) = \frac{\cos(x)}{1 - \sin^2(x)} = \frac{\cos(x)}{\cos^2(x)} = \frac{1}{\cos(x)}$ — 1
- $\lim_{x \to \frac{1}{2}\pi} f_1(x)$ (en de limiet voor de andere waarden van x) bestaat niet, dus de grafiek van f_1 heeft geen perforatie (dus er is geen waarde van p waarvoor de grafiek van f_p een perforatie heeft) — 1

of

- De teller en de noemer moeten (voor dezelfde waarde van x) gelijk zijn aan 0 — 1
- De teller is 0 als $x = \frac{1}{2}\pi + k \cdot \pi$ — 1
- Voor al deze waarden van x geldt: $\sin^2(x) = 1$ — 1
- (Voor al deze waarden van x geldt:) de noemer is 0 als $p = 1$ — 1
- De onderbouwde constatering dat de grafiek van f_1 bij $x = \frac{1}{2}\pi$ (en voor de andere waarden van x) een verticale asymptoot heeft — 1
- Dus de grafiek van f_1 heeft geen perforatie (dus er is geen waarde van p waarvoor de grafiek van f_p een perforatie heeft) — 1

of

- De teller en de noemer moeten (voor dezelfde waarde van x) gelijk zijn aan 0 — 1
- De noemer is 0 als $\sin^2(x) = p$; dan geldt $\cos^2(x) = 1 - p$, dus $\cos(x) = \pm\sqrt{1-p}$ — 1
- De teller is voor zo'n waarde van x gelijk aan 0 als $p = 1$ — 1
- $f_1(x) = \dfrac{\cos(x)}{1-\sin^2(x)} = \dfrac{\cos(x)}{\cos^2(x)} = \dfrac{1}{\cos(x)}$ — 1
- $\cos(x) = 0$ als $x = \frac{1}{2}\pi + k \cdot \pi$ — 1
- $\lim\limits_{x \to \frac{1}{2}\pi} f_1(x)$ (en de limiet voor de andere waarden van x) bestaat niet, dus de grafiek van f_1 heeft geen perforatie (dus er is geen waarde van p waarvoor de grafiek van f_p een perforatie heeft) — 1

Opmerking
Als de kandidaat de functies f_p niet op hun hele domein beschouwt en bij het oplossen van $\cos(x) = 0$ bijvoorbeeld alleen de oplossing $x = \frac{1}{2}\pi$ gebruikt, voor deze vraag hoogstens 5 scorepunten toekennen.

12 maximumscore 4

- De punten zijn $P\left(0, \frac{1}{p}\right)$, $Q\left(\pi, -\frac{1}{p}\right)$ en $R\left(2\pi, \frac{1}{p}\right)$ — 1
- De richtingscoëfficiënt van PQ is $-\dfrac{2}{p\pi}$ en van QR $\dfrac{2}{p\pi}$ — 1
- PQ en QR staan loodrecht op elkaar als $-\dfrac{2}{p\pi}\cdot\dfrac{2}{p\pi}=-\dfrac{4}{p^2\pi^2}=-1$ — 1
- Hieruit volgt $p=-\dfrac{2}{\pi}$ of $p=\dfrac{2}{\pi}$ — 1

of

- De punten zijn $P\left(0, \frac{1}{p}\right)$, $Q\left(\pi, -\frac{1}{p}\right)$ en $R\left(2\pi, \frac{1}{p}\right)$ — 1
- $\overrightarrow{PQ}=\begin{pmatrix}\pi\\ -\frac{2}{p}\end{pmatrix}$ en $\overrightarrow{QR}=\begin{pmatrix}\pi\\ \frac{2}{p}\end{pmatrix}$ — 1
- $\overrightarrow{PQ}$ en $\overrightarrow{QR}$ staan loodrecht op elkaar als $\begin{pmatrix}\pi\\ -\frac{2}{p}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\pi\\ \frac{2}{p}\end{pmatrix}=\pi^2-\dfrac{4}{p^2}=0$ — 1
- Hieruit volgt $p=-\dfrac{2}{\pi}$ of $p=\dfrac{2}{\pi}$ — 1

of

- De punten zijn $P\left(0, \frac{1}{p}\right)$, $Q\left(\pi, -\frac{1}{p}\right)$ en $R\left(2\pi, \frac{1}{p}\right)$ — 1
- Omdat driehoek PQR symmetrisch is ten opzichte van de verticale lijn door Q en $x_Q-x_P=\pi$, staan PQ en QR loodrecht op elkaar als ook $\left|y_P-y_Q\right|=\pi$ — 1
- Dus als ($\left|\frac{1}{p}--\frac{1}{p}\right|=$) $\left|\frac{2}{p}\right|=\pi$ — 1
- Hieruit volgt $p=-\dfrac{2}{\pi}$ of $p=\dfrac{2}{\pi}$ — 1

of

- De punten zijn $P\left(0, \frac{1}{p}\right)$, $Q\left(\pi, -\frac{1}{p}\right)$ en $R\left(2\pi, \frac{1}{p}\right)$ — 1
- De lengte van PQ en van QR is $\sqrt{\pi^2+\left(\frac{2}{p}\right)^2}$ (of het kwadraat is $\pi^2+\left(\frac{2}{p}\right)^2$) — 1
- PQ en QR staan loodrecht op elkaar als $\pi^2+\left(\frac{2}{p}\right)^2+\pi^2+\left(\frac{2}{p}\right)^2=(2\pi)^2$, dus als $\pi^2=\dfrac{4}{p^2}$ — 1
- Hieruit volgt $p=-\dfrac{2}{\pi}$ of $p=\dfrac{2}{\pi}$ — 1

Driehoek met bewegend hoekpunt

13 maximumscore 5

- Als P op lijn k ligt, vormen A, B en P niet de hoekpunten van een driehoek — 1
- Een vergelijking van k is $y = 10 - \frac{1}{4}x$ — 1
- P ligt op k als $30 - 3t = 10 - \frac{1}{4}(18 + 5t)$ — 1
- Dit geeft $t = 14$ — 1
- De coördinaten van P zijn dan $(88, -12)$ — 1

of

- Als P op lijn k ligt, vormen A, B en P niet de hoekpunten van een driehoek — 1
- Een vergelijking van k is $y = 10 - \frac{1}{4}x$ — 1
- Een vergelijking van m is $y = -\frac{3}{5}x + 40\frac{4}{5}$ — 1
- P ligt op k als $-\frac{3}{5}x + 40\frac{4}{5} = 10 - \frac{1}{4}x$ — 1
- Dit geeft $x = 88$, waaruit volgt dat de coördinaten van P dan $(88, -12)$ zijn — 1

14 maximumscore 8

- $\overrightarrow{AP} = \begin{pmatrix} 18+5t \\ 20-3t \end{pmatrix}$ 1
- $\overrightarrow{BP} = \begin{pmatrix} -22+5t \\ 30-3t \end{pmatrix}$ 1
- $\angle APB = 90°$, dus ($\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} = 0$, dus) $(18+5t)(-22+5t)+(20-3t)(30-3t)=0$ 1
- Herleiden tot $t^2 - 5t + 6 = 0$ (of $34t^2 - 170t + 204 = 0$) 1
- Dit geeft $(t-3)(t-2)=0$ (of $t = \dfrac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1}$) 1
- $t = 2$ geeft $P(28, 24)$ en $t = 3$ geeft $P(33, 21)$ 1
- Berekenen van de lengtes van AP en BP (voor beide gevallen) 1
- $AP \neq BP$, dus driehoek ABP is dan niet gelijkbenig (dus zo'n punt P is er niet) 1

of

- AB is de diagonaal van het vierkant met hoekpunten A, B en P, dus P moet liggen op de andere diagonaal (de middelloodlijn van AB) op afstand $\frac{1}{2}AB$ van het midden van het vierkant 1
- $M(20, 5)$ is het midden van lijnstuk AB (en van het vierkant) 1
- $\overrightarrow{AM} = \begin{pmatrix} 20 \\ -5 \end{pmatrix}$ 1
- Voor P moet gelden: $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{AM}_{\text{L}} = \begin{pmatrix} 20 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25 \\ 25 \end{pmatrix}$ waarbij $\overrightarrow{AM}_{\text{L}}$ de vector is die je krijgt als je vector $\overrightarrow{AM}$ 90º linksom draait 2
- Een berekening die aantoont dat het punt $(25, 25)$ niet op lijn m ligt 2
- De conclusie dat driehoek ABP dan niet gelijkbenig is (dus zo'n punt P is er niet) 1

of

- $\angle APB = 90°$, dus P ligt op de cirkel met middellijn AB 1
- De cirkel met middellijn AB heeft vergelijking $(x-20)^2 + (y-5)^2 = 425$ 1
- Snijden met lijn m geeft $(18+5t-20)^2 + (30-3t-5)^2 = 425$ 1
- Herleiden tot $t^2 - 5t + 6 = 0$ (of $34t^2 - 170t + 204 = 0$) 1
- Dit geeft $(t-3)(t-2)=0$ (of $t = \dfrac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1}$) 1
- $t = 2$ geeft $P(28, 24)$ en $t = 3$ geeft $P(33, 21)$ 1
- Berekenen van de lengtes van AP en BP (voor beide gevallen) 1
- $AP \neq BP$, dus driehoek ABP is dan niet gelijkbenig (dus zo'n punt P is er niet) 1

of

- $\angle APB = 90°$, dus $AP^2 + BP^2 = AB^2$ — 1
- $(18+5t)^2 + (20-3t)^2 + (-22+5t)^2 + (30-3t)^2 = 10^2 + 40^2 = 1700$ — 2
- Herleiden tot $t^2 - 5t + 6 = 0$ (of $68t^2 - 340t + 408 = 0$) — 1
- Dit geeft $(t-3)(t-2) = 0$ (of $t = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1}$) — 1
- $t = 2$ geeft $P(28, 24)$ en $t = 3$ geeft $P(33, 21)$ — 1
- Berekenen van de lengtes van *AP* en *BP* (voor beide gevallen) — 1
- $AP \neq BP$, dus driehoek *ABP* is dan niet gelijkbenig (dus zo'n punt *P* is er niet) — 1

of

- Dan geldt $AP = BP$ — 1
- $AP^2 = BP^2$ geeft $(18+5t)^2 + (20-3t)^2 = (-22+5t)^2 + (30-3t)^2$ — 1
- Herleiden tot $60t + 724 = -400t + 1384$ — 1
- Dit geeft $t = \frac{33}{23}$ $(= 1{,}43...)$ — 1
- $P(25\frac{4}{23}, 25\frac{16}{23})$ $(= (25{,}17...; 25{,}69...))$ — 1
- $AP\ (= BP) = \sqrt{\left(25\frac{4}{23}\right)^2 + \left(15\frac{16}{23}\right)^2} = \sqrt{880\frac{42}{529}}$ $(= 29{,}66...)$ — 1
- $AB = \sqrt{1700}$ $(= 41{,}23...)$ — 1
- $AB \neq AP \cdot \sqrt{2}$, dus hoek *P* is dan niet recht (dus zo'n punt *P* is er niet) — 1

of

- Dan ligt *P* op de middelloodlijn van *AB* (want *PA* en *PB* zijn dan even lang) — 1
- Een vergelijking van deze middelloodlijn is $y - 5 = 4(x - 20)$ (of $y = 4x - 75$) — 1
- Snijden met lijn *m* geeft $30 - 3t - 5 = 4(18 + 5t - 20)$ — 1
- Dit geeft $t = \frac{33}{23}$ $(= 1{,}43...)$ — 1
- Dus $P(25\frac{4}{23}, 25\frac{16}{23})$ $(= (25{,}17...; 25{,}69...))$ — 1
- $AP^2 = \left(25\frac{4}{23}\right)^2 + \left(15\frac{16}{23}\right)^2 = 880\frac{42}{529}$ $(= 880{,}07...)$ — 1
- $AB^2 = 10^2 + 40^2 = 1700$ — 1
- $1700 \neq 2 \cdot 880\frac{42}{529}$, dus hoek *P* is dan niet recht (dus zo'n punt *P* is er niet) — 1

Afgeknotte paraboloïde

15 **maximumscore 7**

- $V = \pi \int_a^b \left(\sqrt{x}\right)^2 \, \mathrm{d}x$ 1
- Een primitieve van $\left(\sqrt{x}\right)^2$ $(= x)$ is $\frac{1}{2}x^2$ 1
- Dus $V = \pi(\frac{1}{2}b^2 - \frac{1}{2}a^2)$ 1
- $m = \frac{1}{2}(a+b)$ 1
- $A = \pi \cdot \left(\sqrt{m}\right)^2 = \pi m = \pi \cdot \frac{1}{2}(a+b)$ 1
- $h = b - a$ 1
- $h \cdot A = (b-a) \cdot \pi \cdot \frac{1}{2}(a+b) = \pi \cdot \frac{1}{2}(b^2 - a^2) = \pi(\frac{1}{2}b^2 - \frac{1}{2}a^2)$ $(= V)$ 1

of

- $V = \pi \int_a^b \left(\sqrt{x}\right)^2 \, \mathrm{d}x$ 1
- Een primitieve van $\left(\sqrt{x}\right)^2$ $(= x)$ is $\frac{1}{2}x^2$ 1
- $a = m - \frac{1}{2}h$ en $b = m + \frac{1}{2}h$ 1
- Dus $V = \frac{1}{2}\pi\left((m + \frac{1}{2}h)^2 - (m - \frac{1}{2}h)^2\right)$ 1
- $V = \frac{1}{2}\pi\left(2mh\right) = \pi mh$ 1
- $A = \pi \cdot \left(\sqrt{m}\right)^2 = \pi m$ 1
- Dus $h \cdot A = h \cdot \pi m$ $(= V)$ 1

5 Aanleveren scores

Verwerk de scores van de alfabetisch eerste vijf kandidaten per examinator in de applicatie Wolf. Accordeer deze gegevens voor Cito uiterlijk op 31 mei.
Meteen aansluitend op deze datum start Cito met de analyse van de examens.

Ook na 31 mei kunt u nog tot en met 11 juni gegevens voor Cito accorderen. Deze gegevens worden niet meer meegenomen in de hierboven genoemde analyses, maar worden wel meegenomen bij het genereren van de groepsrapportage.

Na accordering voor Cito kunt u in Wolf de gegevens nog wijzigen om ze vervolgens vrij te geven voor het overleg met de externe corrector. Deze optie is relevant als u Wolf ook gebruikt voor uitwisseling van de gegevens met de externe corrector.

tweede tijdvak
Ook in het tweede tijdvak wordt de normering mede gebaseerd op door kandidaten behaalde scores. Wissel te zijner tijd ook voor al uw tweede-tijdvak-kandidaten de scores uit met Cito via Wolf. Dit geldt **niet** voor de aangewezen vakken.

wiskunde B vwo

Centraal examen vwo

Tijdvak 1

Correctievoorschrift

Aan de secretarissen van het eindexamen van de scholen voor vwo,

Bij het centraal examen wiskunde B vwo:

Op **pagina 6**, bij **vraag 5** moet het volgende worden toegevoegd:

Opmerking
Voor het derde antwoordelement mogen 0, 1 of 2 scorepunten worden toegekend.

en

Op **pagina 8**, bij **vraag 9** moet het volgende worden toegevoegd:

Opmerking
Voor het vijfde antwoordelement van het eerste, tweede en derde antwoordalternatief mogen 0, 1 of 2 scorepunten worden toegekend.

en

Op **pagina 13 en 14**, bij **vraag 14** moet het volgende worden toegevoegd:

Opmerkingen
– *Voor het vierde en vijfde antwoordelement van het tweede antwoordalternatief mogen 0, 1 of 2 scorepunten worden toegekend.*
– *Voor het tweede antwoordelement van het vierde antwoordalternatief mogen 0, 1 of 2 scorepunten worden toegekend.*

Ik verzoek u dit bericht door te geven aan de correctoren wiskunde B vwo.

Namens het College voor Toetsen en Examens,

drs. P.J.J. Hendrikse,
voorzitter