Correctievoorschrift VWO

2022

tijdvak 3

wiskunde B

Het correctievoorschrift bestaat uit:
1 Regels voor de beoordeling
2 Algemene regels
3 Vakspecifieke regels
4 Beoordelingsmodel
5 Aanleveren scores

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit VO.
Voorts heeft het College voor Toetsen en Examens op grond van artikel 2 lid 2d van de Wet College voor toetsen en examens de Regeling beoordelingsnormen en bijbehorende scores centraal examen vastgesteld.
Voor de beoordeling zijn de volgende aspecten van de artikelen 36, 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit VO van belang:

1. De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door het College voor Toetsen en Examens.
2. De directeur doet de van de examinator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de directeur van de school van de gecommitteerde toekomen. Deze stelt het ter hand aan de gecommitteerde.

3 De gecommitteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door het College voor Toetsen en Examens.
De gecommitteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommitteerde.
4 De examinator en de gecommitteerde stellen in onderling overleg het behaalde aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
5 Indien de examinator en de gecommitteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommitteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examinator. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke corrector aanwijzen. De beoordeling van deze derde corrector komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de regeling van het College voor Toetsen en Examens van toepassing:
1 De examinator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.
2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinator en door de gecommitteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met correctievoorschrift. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.
3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;

3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;

3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen;

3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.

4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Als het antwoord op een andere manier is gegeven, maar onomstotelijk vaststaat dat het juist is, dan moet dit antwoord ook goed gerekend worden. Voor het juiste antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal scorepunten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.

5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

7 Indien de examinator of de gecommitteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan het College voor Toetsen en Examens.
Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.

8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.

9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB1 *T.a.v. de status van het correctievoorschrift:*
Het College voor Toetsen en Examens heeft de correctievoorschriften bij regeling vastgesteld. Het correctievoorschrift is een zogeheten algemeen verbindend voorschrift en valt onder wet- en regelgeving die van overheidswege wordt verstrekt. De corrector mag dus niet afwijken van het correctievoorschrift.

NB2 *T.a.v. het verkeer tussen examinator en gecommitteerde (eerste en tweede corrector):*
Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht. Evenmin is er een standaardformulier voorgeschreven voor de vermelding van de scores van de kandidaten. Het vermelden van het schoolexamencijfer is toegestaan, maar niet verplicht. Binnen de ruimte die de regelgeving biedt, kunnen scholen afzonderlijk of in gezamenlijk overleg keuzes maken.

NB3 *T.a.v. aanvullingen op het correctievoorschrift:*
Er zijn twee redenen voor een aanvulling op het correctievoorschrift: verduidelijking en een fout.
Verduidelijking
Het correctievoorschrift is vóór de afname opgesteld. Na de afname blijkt pas welke antwoorden kandidaten geven. Vragen en reacties die via het Examenloket bij de Toets- en Examenlijn binnenkomen, kunnen duidelijk maken dat het correctievoorschrift niet voldoende recht doet aan door kandidaten gegeven antwoorden. Een aanvulling op het correctievoorschrift kan dan alsnog duidelijkheid bieden.
Een fout
Als het College voor Toetsen en Examens vaststelt dat een centraal examen een fout bevat, kan het besluiten tot een aanvulling op het correctievoorschrift.

Een aanvulling op het correctievoorschrift wordt door middel van een mailing vanuit Examenblad.nl bekendgemaakt. Een aanvulling op het correctievoorschrift wordt zo spoedig mogelijk verstuurd aan de examensecretarissen.
Soms komt een onvolkomenheid pas geruime tijd na de afname aan het licht. In die gevallen vermeldt de aanvulling:

– Als het werk al naar de tweede corrector is gezonden, past de tweede corrector deze aanvulling op het correctievoorschrift toe.
  en/of
– Als de aanvulling niet is verwerkt in de naar Cito gezonden Wolf-scores, voert Cito dezelfde wijziging door die de correctoren op de verzamelstaat doorvoeren.

Dit laatste gebeurt alleen als de aanvulling luidt dat voor een vraag alle scorepunten moeten worden toegekend.

Als een onvolkomenheid op een dusdanig laat tijdstip geconstateerd wordt dat een aanvulling op het correctievoorschrift ook voor de tweede corrector te laat komt, houdt het College voor Toetsen en Examens bij de vaststelling van de N-term rekening met de onvolkomenheid.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt 1 scorepunt in mindering gebracht tot het maximum van het aantal scorepunten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.

2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de grafische rekenmachine gebruiken. Bij de betreffende vragen geven de kandidaten een toelichting waaruit blijkt hoe zij de GR hebben gebruikt.

3a Als bij een vraag doorgerekend wordt met tussenantwoorden die afgerond zijn, en dit leidt tot een ander eindantwoord dan wanneer doorgerekend is met niet-afgeronde tussenantwoorden, wordt bij de betreffende vraag één scorepunt in mindering gebracht. Tussenantwoorden mogen wel afgerond genoteerd worden.

3b Uitzondering zijn die gevallen waarin door de context wordt bepaald dat tussenantwoorden moeten worden afgerond.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Gelijke oppervlaktes

1 maximumscore 3

- Een primitieve van *f* is $\ln(x-5)+\ln(x-6)$ 1
- $\ln(x-5)+\ln(x-6)=\ln((x-5)(x-6))$ 1
- $\ln((x-5)(x-6))=\ln(x^2-11x+30)$ (en dus is $F(x)=\ln(x^2-11x+30)$) 1

of

- $F'(x)=\dfrac{2x-11}{x^2-11x+30}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 2
- $f(x)=\dfrac{x-6}{(x-5)(x-6)}+\dfrac{x-5}{(x-5)(x-6)}=\dfrac{2x-11}{x^2-11x+30}$ (dus F is een primitieve van f) 1

Opmerking
Als een kandidaat de kettingregel niet of onjuist heeft toegepast, voor deze vraag maximaal 6 scorepunten toekennen.

2 maximumscore 5

- De oppervlakte van V is $F(9)-F(7)=\ln(12)-\ln(2)$ ($=\ln(6)$) 1
- De oppervlakte van W is $F(p)-F(9)=\ln(p^2-11p+30)-\ln(12)$ 1
- Uit $\ln(p^2-11p+30)-\ln(12)=\ln(6)$ volgt $\ln(p^2-11p+30)=\ln(72)$ 1
- Hieruit volgt $p^2-11p-42=0$ 1
- $(p-14)(p+3)=0$ en dus $p=14$ ($p=-3$ voldoet niet) 1

3 maximumscore 5

- De afgeleide van $\dfrac{1}{x-5}+\dfrac{1}{x-6}$ is $-\dfrac{1}{(x-5)^2}-\dfrac{1}{(x-6)^2}$ (of: de afgeleide van $\dfrac{-1}{x-5}-\dfrac{1}{x-6}$ is $\dfrac{1}{(x-5)^2}+\dfrac{1}{(x-6)^2}$) 1
- De richtingscoëfficiënt van één van de raaklijnen in A is ($\dfrac{-1}{\frac{1}{4}}-\dfrac{1}{\frac{1}{4}}=$) -8 (of ($\dfrac{1}{\frac{1}{4}}+\dfrac{1}{\frac{1}{4}}=$) 8) 1
- De hoek die deze raaklijn met de x-as maakt is $82,8...°$ 1
- De hoek die de andere raaklijn met de x-as maakt is (vanwege symmetrie) ook $82,8...°$ 1
- De gevraagde hoek is 14° 1

Drie op een rij

4 maximumscore 3

- De driehoeken ADS en FHS zijn gelijkvormig, waarbij de zijden van driehoek ADS $1\frac{1}{2}$ keer zo groot zijn als de zijden van driehoek FHS 1
- Hieruit volgt $\overrightarrow{AS} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AF}$ 1
- $\overrightarrow{AS} = \frac{3}{5} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{6}{5} \\ \frac{3}{5} \end{pmatrix}$ 1

of

- In een geschikt assenstelsel met A als oorsprong is $y = \frac{1}{2}x$ een vergelijking van de lijn door A en F en $y = 1 - \frac{1}{3}x$ een vergelijking van de lijn door H en D 1
- S is het snijpunt van deze twee lijnen, dus geldt $\frac{1}{2}x = 1 - \frac{1}{3}x$ en dat geeft $x = \frac{6}{5}$ 1
- Dus $y = \frac{3}{5}$ (en dus $\overrightarrow{AS} = \begin{pmatrix} \frac{6}{5} \\ \frac{3}{5} \end{pmatrix}$) 1

of

- In een geschikt assenstelsel met A als oorsprong is $y = \frac{1}{2}x$ een vergelijking van de lijn door A en F en $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ een vectorvoorstelling van de lijn door H en D 1
- S is het snijpunt van deze twee lijnen, dus geldt $1 - \lambda = \frac{1}{2} \cdot 3\lambda$ en dat geeft $\lambda = \frac{2}{5}$ 1
- Dus $\overrightarrow{AS} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{2}{5} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{6}{5} \\ \frac{3}{5} \end{pmatrix}$ 1

5 maximumscore 3

- $\overrightarrow{BS} = \begin{pmatrix} \frac{6}{5} \\ \frac{3}{5} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} \\ \frac{3}{5} \end{pmatrix}$ 1
- $\overrightarrow{HD} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ 1
- $\overrightarrow{BS} \cdot \overrightarrow{HD} = 0$ dus $\overrightarrow{BS}$ en $\overrightarrow{HD}$ staan loodrecht op elkaar 1

of

- In een geschikt assenstelsel is de vergelijking van de cirkel met middelpunt C door B $(x-2)^2 + y^2 = 1^2$ 1
- S ligt op de cirkel want $(\frac{6}{5} - 2)^2 + (\frac{3}{5})^2 = 1^2$ 1
- Dus $\angle BSD = 90°$ (Thales) (, dus $\overrightarrow{BS}$ en $\overrightarrow{HD}$ staan loodrecht op elkaar) 1

of

- ($\overrightarrow{BS} = \begin{pmatrix} \frac{6}{5} \\ \frac{3}{5} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} \\ \frac{3}{5} \end{pmatrix}$ dus) de richtingscoëfficiënt van de lijn door B en S is 3 1
- (Uit de gegevens volgt:) de richtingscoëfficiënt van de lijn door H en D is $-\frac{1}{3}$ 1
- $3 \cdot -\frac{1}{3} = -1$ dus $\overrightarrow{BS}$ en $\overrightarrow{HD}$ staan loodrecht op elkaar 1

Modeltube

6 maximumscore 6

- De omtrek van de cilindervormige koker is 4π 1
- De diameter van de halve cirkel op hoogte h is $0,4h$ 1
- De lengte van één lijnstuk is $2\pi - 0,2\pi h$ 1
- $A(h) = \pi(0,2h)^2 + 0,4h(2\pi - 0,2\pi h)$ ($= \pi(0,8h - 0,04h^2)$ of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- Beschrijven hoe (met de GR of met behulp van een primitieve van I) de waarde van I gevonden kan worden 1
- De inhoud is 83,7… (of $\frac{80\pi}{3}$) en dat is groter dan 80 (of: de inhoud is 83,7… (of $\frac{80\pi}{3}$) en dus kan de modeltube 80 cm^3 bevatten) 1

Vierkanten bij een exponentiële functie

7 maximumscore 8

- De oppervlakte van vierkant V is p^2 — 1
- De oppervlakte van vierkant W is $(\mathrm{e}^p)^2 = \mathrm{e}^{2p}$ — 1
- $R = \dfrac{p^2}{\mathrm{e}^{2p}}$ — 1
- $\dfrac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}p} = \dfrac{2p\mathrm{e}^{2p} - 2p^2\mathrm{e}^{2p}}{(\mathrm{e}^{2p})^2}$ — 2
- $\dfrac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}p} = 0$ dus $(2p - 2p^2)\mathrm{e}^{2p} = 0$ — 1
- Dit geeft $(p = 0$ of$)$ $p = 1$ — 1
- De maximale waarde van R is $(R(1) =)\ \dfrac{1}{\mathrm{e}^2}$ — 1

of

- R is maximaal als $\sqrt{R}$ maximaal is — 1
- $\sqrt{R} = \dfrac{\text{zijde } V}{\text{zijde } W}$ — 1
- $\sqrt{R} = \dfrac{p}{\mathrm{e}^p}$ — 1
- $\dfrac{\mathrm{d}\sqrt{R}}{\mathrm{d}p} = \dfrac{\mathrm{e}^p - p\mathrm{e}^p}{\mathrm{e}^{2p}}$ — 2
- $\dfrac{\mathrm{d}\sqrt{R}}{\mathrm{d}p} = 0$ dus $p = 1$ — 1
- De maximale waarde van $\sqrt{R}$ is $(\sqrt{R(1)} =)\ \dfrac{1}{\mathrm{e}}$ — 1
- De maximale waarde van R is $\dfrac{1}{\mathrm{e}^2}$ — 1

of

Vraag	Antwoord	Scores

- De oppervlakte van vierkant V is p^2 — 1
- De oppervlakte van vierkant W is $(\mathrm{e}^{p})^2 = \mathrm{e}^{2p}$ — 1
- $R = \dfrac{p^2}{\mathrm{e}^{2p}} = p^2 \cdot \mathrm{e}^{-2p}$ — 1
- $\dfrac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}p} = 2p\mathrm{e}^{-2p} - 2p^2\mathrm{e}^{-2p}$ — 2
- $\dfrac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}p} = 0$ dus $(2p - 2p^2)\mathrm{e}^{-2p} = 0$ — 1
- Dit geeft $(p = 0$ of$)$ $p = 1$ — 1
- De maximale waarde van R is $(R(1) =)\ \dfrac{1}{\mathrm{e}^2}$ — 1

Opmerking
Als een kandidaat de ketting-, product- of quotiëntregel niet of onjuist heeft toegepast, voor deze vraag maximaal 6 scorepunten toekennen.

Gelijke hoeken

8 maximumscore 4

- (Omdat k, l en m stijgende lijnen zijn, moet gelden:)
  $$\frac{\begin{pmatrix}5\\12\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\a\end{pmatrix}}{\left|\begin{pmatrix}5\\12\end{pmatrix}\right|\cdot\left|\begin{pmatrix}1\\a\end{pmatrix}\right|}=\frac{\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\a\end{pmatrix}}{\left|\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}\right|\cdot\left|\begin{pmatrix}1\\a\end{pmatrix}\right|}$$ 1
- $\begin{pmatrix}5\\12\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\a\end{pmatrix}=5+12a$ en $\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\a\end{pmatrix}=3+4a$ 1
- Dus $\frac{5+12a}{13}=\frac{3+4a}{5}$ 1
- Hieruit volgt ($25+60a=39+52a$ en dus) $8a=14$ waaruit volgt $a=1\frac{3}{4}$ 1

of

- $\left|\begin{pmatrix}5\\12\end{pmatrix}\right|=13$ en $\left|\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}\right|=5$ 1
- $5\cdot\begin{pmatrix}5\\12\end{pmatrix}+13\cdot\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}64\\112\end{pmatrix}$ 2
- Dus $a=(\frac{112}{64}=)\,1\frac{3}{4}$ 1

Opmerking
Voor het tweede antwoordelement van het tweede antwoordalternatief mogen uitsluitend 0 of 2 scorepunten worden toegekend.

9 maximumscore 5

- In S geldt $29+5s=3t$ en $4+12s=24+4t$ 1
- Beschrijven hoe dit stelsel van twee vergelijkingen met twee onbekenden opgelost kan worden 1
- Dit geeft $s=11$ (en $t=28$) 1
- Dus $S(84,136)$ 1
- Hieruit volgt $b=136-84\cdot1\frac{3}{4}=-11$ 1

of

- Een vergelijking van k is $12x-5y=328$ en voor lijn l geldt $x=3t$ en $y=24+4t$ 1
- Lijn k snijden met lijn l geeft $12(3t)-5(24+4t)=328$ 1
- Dit geeft $t=28$ 1
- Dus $S(84,136)$ 1
- Hieruit volgt $b=136-84\cdot1\frac{3}{4}=-11$ 1

Verouderingskromme

10 maximumscore 3

- (Er moet gelden $2 \leq C < 3$, dus) de vergelijkingen $6-5\left(1-\frac{t}{25}\right)^{\frac{1}{2,3}}=2$ en $6-5\left(1-\frac{t}{25}\right)^{\frac{1}{2,3}}=3$ moeten worden opgelost 1
- Een beschrijving waaruit de oplossing $t \approx 10,04$ van de eerste vergelijking (of de oplossing $t \approx 17,28$ van de tweede vergelijking) volgt 1
- De andere oplossing is $t \approx 17,28$ (of $t \approx 10,04$), dus het gevraagde aantal jaren is 7,2 1

11 maximumscore 4

- $C=6-5\left(1-\frac{t}{L}\right)^{\frac{1}{2,3}}$ geeft $\left(1-\frac{t}{L}\right)^{\frac{1}{2,3}}=\frac{1}{5}(6-C)$ 1
- $\left(1-\frac{t}{L}\right)^{\frac{1}{2,3}}=\frac{1}{5}(6-C)$ geeft $1-\frac{t}{L}=(\frac{1}{5}(6-C))^{2,3}$ 1
- Dat geeft $1-\frac{t}{L}=(\frac{1}{5})^{2,3}(6-C)^{2,3}$ dus $\frac{t}{L}=1-(\frac{1}{5})^{2,3}(6-C)^{2,3}$ (dus $t=L-L\cdot(\frac{1}{5})^{2,3}\cdot(6-C)^{2,3}$ of $t=L-L\cdot 0,0246...\cdot(6-C)^{2,3}$) 1
- De gevraagde waarde van a is ($(\frac{1}{5})^{2,3} \approx$) 0,025 en $b=2,3$ 1

12 maximumscore 3

- De vergelijking $1+{}^{\frac{1}{2}}\log\left(1-\frac{t}{L}\right)=3$ moet worden opgelost 1
- Dus ${}^{\frac{1}{2}}\log\left(1-\frac{t}{L}\right)=2$ en dit geeft $1-\frac{t}{L}=\frac{1}{4}$ 1
- Hieruit volgt $t=\frac{3}{4}L$, dus het gevraagde percentage is 75 1

Cosinusgrafiek door hoogste punten

13 maximumscore 4

- $-2\cos^2(x)+3\cos(x)-1=0$ geeft $(\cos(x)-1)(-2\cos(x)+1)=0$ (of gebruik van de *abc*-formule) 1
- Dit geeft $\cos(x)=1$ of $\cos(x)=\frac{1}{2}$ 1
- In het gevraagde gemeenschappelijke punt met de x-as geldt $\cos(x)=\frac{1}{2}$ 1
- Dus de gevraagde x-coördinaat is $\frac{1}{3}\pi$ 1

14 maximumscore 4

- $f_p{}'(x)=4\cos(x)\cdot\sin(x)-p\cdot\sin(x)$ 2
- $f_p{}'(a)=0$ geeft $\sin(a)\cdot(4\cos(a)-p)=0$ 1
- Dit geeft $\sin(a)=0$ of $\cos(a)=\frac{1}{4}p$, dus (omdat $\sin(a)=0$ hoort bij de extremen met $x=0$) hoort $\cos(a)=\frac{1}{4}p$ bij de hoogste punten (en dus geldt in een hoogste punt met x-coördinaat a dat $\cos(a)=\frac{1}{4}p$) 1

Opmerking
Als een kandidaat de kettingregel niet of onjuist heeft toegepast, voor deze vraag maximaal 2 scorepunten toekennen.

15 maximumscore 4

- In een hoogste punt geldt ($\cos(a)=\frac{1}{4}p$ dus) $p=4\cos(a)$ en $f_p(a)=-2\cos^2(a)+p\cdot\cos(a)-1$ 1
- Substitutie geeft $f_p(a)=-2\cos^2(a)+4\cos(a)\cdot\cos(a)-1$ 1
- Dus $f_p(a)=2\cos^2(a)-1$ 1
- $2\cos^2(a)-1=\cos(2a)$, dus de hoogste punten van de grafieken van f_p liggen op de grafiek van g 1

of

- In een hoogste punt geldt $\cos(a)=\frac{1}{4}p$ en $f_p(a)=-2\cos^2(a)+p\cdot\cos(a)-1$ 1
- Substitutie geeft $f_p(a)=-\frac{1}{8}p^2+\frac{1}{4}p^2-1=\frac{1}{8}p^2-1$ 1
- Dus $f_p(a)=2\cos^2(a)-1$ 1
- $2\cos^2(a)-1=\cos(2a)$, dus de hoogste punten van de grafieken van f_p liggen op de grafiek van g 1

Loodrecht door de parabool

16 maximumscore 6

- $\frac{dx}{dt} = 2t$ en $\frac{dy}{dt} = 1$ — 1
- Dan volgt $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2t}$ — 1
- ($t = \sqrt{a}$, dus) de richtingscoëfficiënt van de raaklijn in A is $\frac{1}{2\sqrt{a}}$ — 1
- De richtingscoëfficiënt van lijn AM is $\frac{\sqrt{a}}{a-r}$ — 1
- Er moet gelden $\frac{\sqrt{a}}{a-r} \cdot \frac{1}{2\sqrt{a}} = -1$ — 1
- Uit $\frac{1}{2(a-r)} = -1$ volgt $a - r = -\frac{1}{2}$ en dus $a = r - \frac{1}{2}$ — 1

of

- $\frac{dx}{dt} = 2t$ en $\frac{dy}{dt} = 1$ — 1
- ($t = \sqrt{a}$, dus) een richtingsvector van de raaklijn in A is $\begin{pmatrix} 2\sqrt{a} \\ 1 \end{pmatrix}$ — 1
- $\overrightarrow{MA} = \begin{pmatrix} a-r \\ \sqrt{a} \end{pmatrix}$ — 1
- Er moet gelden $\begin{pmatrix} a-r \\ \sqrt{a} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2\sqrt{a} \\ 1 \end{pmatrix} = 0$ — 1
- Dus $(a-r)(2\sqrt{a}) + \sqrt{a} = 0$ — 1
- Hieruit volgt $2(a-r) = -1$ en dus volgt $a - r = -\frac{1}{2}$ en dus $a = r - \frac{1}{2}$ — 1

of

- (Voor het bovenste deel van de parabool geldt) $y = \sqrt{x}$ — 1
- ($\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$, dus) een richtingsvector van de raaklijn in A is $\begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2\sqrt{a}} \end{pmatrix}$ — 1
- $\overrightarrow{MA} = \begin{pmatrix} a-r \\ \sqrt{a} \end{pmatrix}$ — 1
- Er moet gelden $\begin{pmatrix} a-r \\ \sqrt{a} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2\sqrt{a}} \end{pmatrix} = 0$ — 1
- Dus $a - r + \sqrt{a} \cdot \frac{1}{2\sqrt{a}} = 0$ — 1
- Dus $a - r + \frac{1}{2} = 0$ en dus $a = r - \frac{1}{2}$ — 1

of

- (Voor het bovenste deel van de parabool geldt) $y = \sqrt{x}$ — 1
- $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ dus de helling van de parabool in A is $\frac{1}{2\sqrt{a}}$ — 1
- MA (staat hier loodrecht op en) heeft (dus) richtingscoëfficiënt $-2\sqrt{a}$ — 1
- Dus (omdat $\overrightarrow{MA} = \begin{pmatrix} a-r \\ \sqrt{a} \end{pmatrix}$) $-2\sqrt{a} = \frac{\sqrt{a}}{a-r}$ — 1
- Dus $-2\sqrt{a}(a-r) = \sqrt{a}$ ofwel $-2(a-r) = 1$ — 1
- Dat geeft $-a + r = \frac{1}{2}$ dus $a = r - \frac{1}{2}$ — 1

17 maximumscore 6

- De zijden van driehoek $AA'M$ (met A' de loodrechte projectie van A op de x-as) hebben lengte $\frac{1}{2}$, $\sqrt{r - \frac{1}{2}}$ en $\frac{1}{2}r$ — 2
- De vergelijking $(\frac{1}{2})^2 + (\sqrt{r - \frac{1}{2}})^2 = (\frac{1}{2}r)^2$ — 1
- Dit herleiden tot $r^2 - 4r + 1 = 0$ — 1
- Dit geeft $r = 2 + \sqrt{3}$ en $r = 2 - \sqrt{3}$ (of gelijkwaardige uitdrukkingen) — 1
- Het antwoord $r = 2 + \sqrt{3}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) — 1

of

- De zijden van driehoek $AA'M$ (met A' de loodrechte projectie van A op de x-as) hebben lengte $\frac{1}{2}$, $\sqrt{a}$ en (omdat $MA = \frac{1}{2}r$) $\frac{1}{2}a + \frac{1}{4}$ — 2
- De vergelijking $(\frac{1}{2})^2 + (\sqrt{a})^2 = (\frac{1}{2}a + \frac{1}{4})^2$ — 1
- Dit herleiden tot $4a^2 - 12a - 3 = 0$ — 1
- Dit geeft $a = \frac{3}{2} + \sqrt{3}$ en $a = \frac{3}{2} - \sqrt{3}$ (of gelijkwaardige uitdrukkingen) — 1
- Het antwoord $r = 2 + \sqrt{3}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) — 1

of

- $A(a, \sqrt{a}) = (r - \frac{1}{2}, \sqrt{r - \frac{1}{2}})$ — 1
- Dus $B(r-1, 2\sqrt{r-\frac{1}{2}})$ — 1
- De cirkel met middelpunt M en straal r heeft vergelijking $(x-r)^2 + y^2 = r^2$ — 1
- B ligt op deze cirkel, dus $(-1)^2 + 4r - 2 = r^2$ ofwel $r^2 - 4r + 1 = 0$ — 1
- Dit geeft $r = 2 + \sqrt{3}$ en $r = 2 - \sqrt{3}$ (of gelijkwaardige uitdrukkingen) — 1
- Het antwoord $r = 2 + \sqrt{3}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) — 1

of

- A is het midden van MB, dus $B(2a - r, 2\sqrt{a})$ — 2
- De coördinaten van B invullen in $(x-r)^2 + y^2 = r^2$ geeft $(2a - 2r)^2 + (2\sqrt{a})^2 = r^2$ — 1
- $a = r - \frac{1}{2}$ invullen geeft $(-1)^2 + 4r - 2 = r^2$ ofwel $r^2 - 4r + 1 = 0$ — 1
- Dit geeft $r = 2 + \sqrt{3}$ en $r = 2 - \sqrt{3}$ (of gelijkwaardige uitdrukkingen) — 1
- Het antwoord $r = 2 + \sqrt{3}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) — 1

of

- Lijn AM heeft vergelijking $y = -2\sqrt{a}(x - r)$ — 1
- Snijden met de cirkel $(x-r)^2 + y^2 = r^2$ geeft $(x-r)^2 + 4a(x-r)^2 = r^2$, ofwel $(x-r)^2 = \dfrac{r^2}{1+4a}$ — 1
- Dit geeft $x_B = r - \sqrt{\frac{r^2}{1+4a}}$, ofwel (met $a = r - \frac{1}{2}$) $x_B = r - \sqrt{\frac{r^2}{4r-1}}$ — 1
- (Omdat $r - x_B = 2(r - a) = 1$ geldt) $\sqrt{\frac{r^2}{4r-1}} = 1$, dus $r^2 - 4r + 1 = 0$ — 1
- Dit geeft $r = 2 + \sqrt{3}$ en $r = 2 - \sqrt{3}$ (of gelijkwaardige uitdrukkingen) — 1
- Het antwoord $r = 2 + \sqrt{3}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) — 1

Opmerking
Voor het tweede antwoordelement van het eerste, tweede en vierde antwoordalternatief mogen uitsluitend 0 of 2 scorepunten worden toegekend.

5 Aanleveren scores

Verwerk de scores van alle kandidaten per examinator in de applicatie Wolf.
Accordeer deze gegevens voor Cito uiterlijk op 11 juli.