

LEO-satelliet

20 maximumscore 4

voorbeeld van een antwoord:

$$\text{Er geldt: } F_{\text{mpz}} = F_g \text{ met } F_{\text{mpz}} = \frac{mv^2}{r} \text{ en } F_g = G \frac{mM}{r^2}$$

$$\text{Invullen en omschrijven geeft: } v^2 = \frac{GM}{r}, \text{ dus } v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

Er geldt: $E_t = E_k + E_g$, waarbij

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 \text{ met } v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \text{ en } E_g = -G \frac{mM}{r}$$

$$\text{Invullen en omschrijven geeft: } E_t = \frac{1}{2}G \frac{mM}{r} - G \frac{mM}{r} = -\frac{1}{2}G \frac{mM}{r}$$

- inzicht dat $F_{\text{mpz}} = F_g$ 1
- gebruik van $F_{\text{mpz}} = \frac{mv^2}{r}$ en $F_g = G \frac{mM}{r^2}$ 1
- gebruik van $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ en $E_g = -G \frac{mM}{r}$ 1
- completeren van de afleidingen 1

21 maximumscore 3

voorbeeld van een antwoord:

Voor de snelheid van de satelliet geldt:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}. \text{ Opzoeken van de waarden van } G, M \text{ en } r, \text{ met } r \text{ gelijk aan de}$$

straal van de aarde plus de hoogte van de satelliet, en invullen geeft:

$$v = \sqrt{\frac{6,674 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{6,371 \cdot 10^6 + 425 \cdot 10^3}} = 7,658 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$$

(Op een hoogte van 425 km heeft de LEO-satelliet dus een snelheid van 7,658 km s⁻¹.)

- gebruik van $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ met opzoeken van G en M 1
- inzicht dat $r = R_{\text{aarde}} + h$ met opzoeken van R_{aarde} 1
- completeren van de berekening 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

22 maximumscore 4

uitkomst: $0,43 \text{ J s}^{-1}$

voorbeeld van een antwoord:

Voor het energieverlies per seconde geldt: $P = Fv$

Het energieverlies wordt veroorzaakt door de wrijving: $F_w = \frac{1}{2} \rho c_w A v^2$

Combineren van deze formules geeft: $P = \frac{1}{2} \rho c_w A v^3$

De dichtheid van de lucht op 425 km hoogte is $2,28 \cdot 10^{-12} \text{ kg m}^{-3}$.

Invullen van de gegevens levert:

$$P = \frac{1}{2} \cdot 2,28 \cdot 10^{-12} \cdot 2,2 \cdot 0,385 \cdot (7,658 \cdot 10^3)^3 = 0,43 \text{ J s}^{-1}$$

- gebruik van $P = Fv$ 1
- gebruik van $F_w = \frac{1}{2} \rho c_w A v^2$ 1
- bepalen van ρ tussen $2,26 \cdot 10^{-12} \text{ kg m}^{-3}$ en $2,30 \cdot 10^{-12} \text{ kg m}^{-3}$ 1
- completeren van de berekening 1

23 maximumscore 3

voorbeeld van een antwoord:

$$- \frac{dE_t}{dr} = \frac{1}{2} GmMr^{-2}$$

– (G , m , M en r zijn positief, dus) $\frac{dE_t}{dr}$ is positief.

Door wrijving neemt E_t af, dus dE_t is negatief.

Hieruit volgt dat dr negatief is. (Dus door de wrijving neemt de hoogte van de satelliet af.)

- noteren van de afgeleide van $E_t(r)$ 1
- inzicht dat door wrijving de totale energie afneemt 1
- inzicht dat $\frac{dE_t}{dr}$ positief is en dat dr dus hetzelfde teken heeft als dE_t 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

24 maximumscore 4

uitkomst: 61 m (met een marge van 10 m)

voorbeeld van een antwoord:

Het hoogteverlies per dag is gelijk aan de steilheid van de raaklijn aan de grafiek bij $h = 425$ km. Teken de raaklijn en bepaal de helling

levert: $\left(\frac{\Delta h}{\Delta t}\right)_{\text{raaklijn}} = \frac{450,0 - 399,5}{60,0 - 7,0} = 0,953 \text{ km dag}^{-1}$.

De omlooptijd van de satelliet kan berekend worden met $v = \frac{2\pi r}{T}$, met

$r = R_{\text{aarde}} + h$. Invullen en uitwerken levert:

$$T = \frac{2\pi \cdot (6,371 \cdot 10^6 + 425 \cdot 10^3)}{7,658 \cdot 10^3} = 5,576 \cdot 10^3 \text{ s} = 6,454 \cdot 10^{-2} \text{ dag}$$

Dus het hoogteverlies per omwenteling is $0,953 \cdot 10^3 \cdot 6,454 \cdot 10^{-2} = 61$ m

- inzicht dat de steilheid van het diagram bij $h = 425$ km bepaald moet worden 1
- gebruik van $v = \frac{2\pi r}{T}$ met $r = R_{\text{aarde}} + h$ 1
- inzicht dat $\frac{\Delta h}{\Delta t}$ vermenigvuldigd moet worden met de omlooptijd 1
- completeren van de bepaling en significantie 1

Opmerking

Als de kandidaat bij vraag 21 het inzicht dat $r = R_{\text{aarde}} + h$ niet heeft getoond of hierin een rekenfout heeft gemaakt en dit antwoord opnieuw gebruikt, dan dit bij deze vraag niet opnieuw aanrekenen.

25 maximumscore 2

voorbeeld van een antwoord:

Omdat de hoogte h afneemt, neemt ook de straal r af. (G en M zijn

constant,) dus volgens de formule $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ neemt de snelheid toe.

- inzicht dat de straal r afneemt 1
- gebruik van formule (1) en consequente conclusie 1