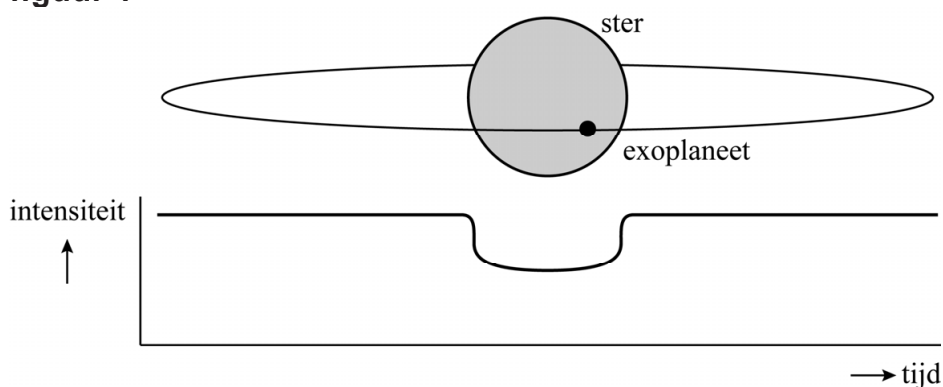


Goudlokje

Exoplaneten zijn planeten die om een andere ster draaien dan onze zon. In 2018 werd de ruimtetelescoop TESS gelanceerd om met de zogenaamde transit-methode nieuwe exoplaneten te ontdekken. Bij een transit beweegt een exoplaneet voor de ster langs. Hierbij zal de (licht)intensiteit die vanaf de aarde wordt waargenomen tijdelijk afnemen. TESS meet deze afname in intensiteit. Zie figuur 1.

figuur 1



Een van de eerste ontdekkingen van TESS was de exoplaneet HD21749b (in het vervolg van de opgave aangeduid met 'exoplaneet'). Deze exoplaneet is groter dan de aarde en cirkelt rond de ster HD21749 (in het vervolg 'ster' genoemd). De massa van deze ster is 67% van de massa van de zon.

Via de transit-methode is de omlooptijd T van de exoplaneet bepaald op 36 dagen. Met behulp van de derde wet van Kepler kan vervolgens de baanstraal van de exoplaneet berekend worden.

De derde wet van Kepler luidt:

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} \quad (1)$$

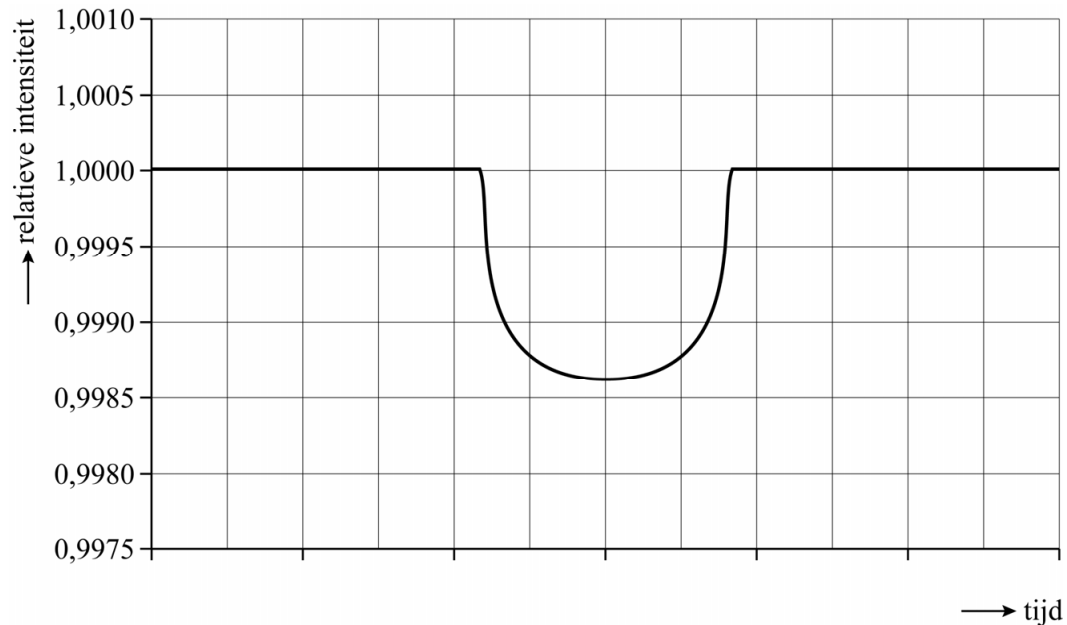
Hierin is:

- r de baanstraal
- T de omlooptijd
- M de massa van de ster waar de exoplaneet omheen draait
- G de gravitatieconstante

3p 6 Toon aan dat de baanstraal van de exoplaneet gelijk is aan $2,8 \cdot 10^{10}$ m.

In figuur 2 is een gemiddelde van een groot aantal metingen van een transit van de exoplaneet te zien. Op de verticale as staat de zogenaamde relatieve intensiteit. Dit is de verhouding tussen de gemeten intensiteit op een bepaald moment en de maximaal gemeten intensiteit. Wanneer er geen transit plaatsvindt, is de relatieve intensiteit dus 1,0000.

figuur 2



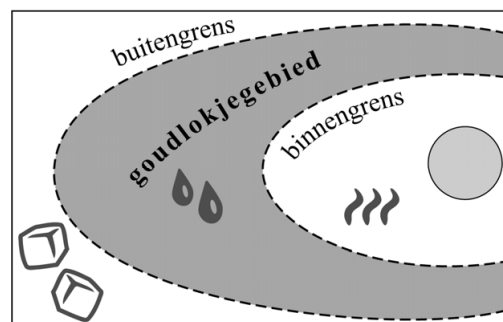
Met behulp van figuur 2 kan de verhouding tussen de straal van de exoplaneet en de straal van de ster bepaald worden.

4p 7 Bepaal deze verhouding. Noteer je antwoord in drie significante cijfers.

Aangenomen wordt dat op een exoplaneet alleen leven mogelijk is als de gemiddelde oppervlaktetemperatuur tussen 0 °C en 100 °C ligt, dus als er vloeibaar water zou kunnen zijn. Daarvoor moet de exoplaneet niet te dicht bij de ster staan waar hij omheen draait, maar er ook niet te ver van af.

figuur 3

Het gebied rondom een ster waarin de gemiddelde oppervlaktetemperatuur tussen 0 °C en 100 °C ligt, wordt het goudlokjegebied genoemd. Zie figuur 3. De grenzen van het goudlokjegebied volgen uit de eigenschappen van zowel de ster als de exoplaneet.

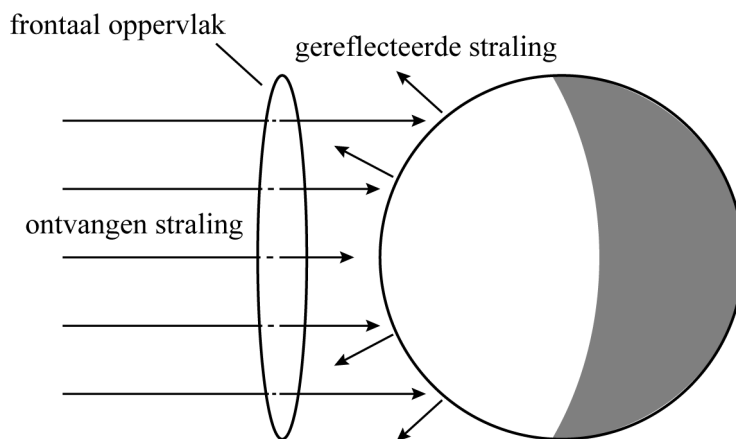


In deze opgave onderzoeken we met een model of de door TESS ontdekte exoplaneet binnen het goudlokjegebied van de bijbehorende ster ligt. In dit model wordt aangenomen dat de exoplaneet geen atmosfeer heeft.

De gemiddelde oppervlaktetemperatuur op een exoplaneet volgt uit het feit dat een exoplaneet in thermisch evenwicht is met zijn omgeving. Dat betekent dat de exoplaneet per seconde evenveel energie uitstraalt als hij absorbeert.

Het ontvangen stralingsvermogen is gelijk aan het deel van het stralingsvermogen van de ster dat op het frontaal oppervlak van de exoplaneet valt. Zie figuur 4.

figuur 4



De straling die door de exoplaneet wordt ontvangen wordt deels geabsorbeerd en deels gereflecteerd. Het gedeelte van het ontvangen stralingsvermogen dat wordt gereflecteerd heet de albedo α . Dit is een getal tussen 0 en 1 zonder eenheid.

Voor het geabsorbeerde vermogen van de exoplaneet geldt:

$$P_{\text{abs}} = P_{\text{ster}} \frac{R^2}{4r^2} (1 - \alpha) \quad (2)$$

Hierin is:

- P_{ster} het uitgestraalde vermogen van de ster
- r de baanstraal van de exoplaneet
- R de straal van de exoplaneet ($R \ll r$)
- α de albedo van de exoplaneet

4p 8 Leid formule (2) af. Maak daarbij gebruik van formules uit het informatieboek.

De exoplaneet zendt continu, en over het gehele boloppervlak, straling uit. Bij een thermisch evenwicht is dit uitgezonden vermogen gelijk aan het geabsorbeerde vermogen. In formulevorm:

$$P_{\text{abs}} = P_{\text{uit}} \quad (3)$$

Aan de hand van dit thermisch evenwicht kan onderzocht worden of de exoplaneet (met baanstraal $r = 2,8 \cdot 10^{10}$ m) in het goudlokjegebied ligt. Met behulp van formules (2) en (3) en de wet van Stefan-Boltzmann kan het verband tussen de gemiddelde oppervlaktetemperatuur T (in K) van de exoplaneet en de baanstraal r (in m) worden weergegeven als:

$$r = CT^\beta \quad (4)$$

Hierin is:

- C een constante die niet van r en T afhangt
- β een geheel getal zonder eenheid

De buitengrens van het goudlokjegebied rondom de ster ligt op een afstand van $5,8 \cdot 10^{10}$ m van de ster.

5p **9** Voer de volgende opdrachten uit:

- Toon aan dat $\beta = -2$.
- Toon aan of de exoplaneet in het goudlokjegebied ligt.