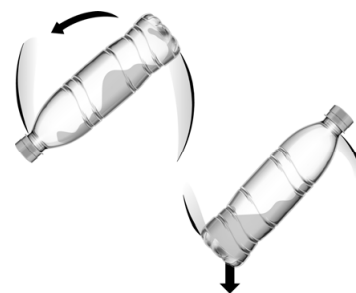


Water bottle flip

Bij 'water bottle flipping' gooit men een plastic flesje dat gedeeltelijk met water is gevuld in de lucht. Hierbij is het de bedoeling om het flesje in de lucht te laten draaien en op de bodem te laten landen, zodanig dat het flesje rechtop blijft staan.



Vijf studenten natuurkunde van de Universiteit Twente hebben onderzocht wat de optimale vullingsgraad van een plastic flesje is voor een goede flip. De **optimale vullingsgraad** is het gewicht aan water (in gram) dat in het flesje zit gedeeld door het totale gewicht aan water (in gram) dat in het flesje kan, waarbij de flip zo goed mogelijk lukt.

Voor het berekenen van de optimale vullingsgraad V van een flesje hebben de studenten de volgende formules opgesteld:

$$V = \frac{\sqrt{1+M} - 1}{M} \text{ met } M = \frac{w}{f}$$

Hierin is

- V de optimale vullingsgraad
- w het totale gewicht aan water in gram dat in het flesje kan
- f het gewicht van het lege flesje in gram

Een klein leeg plastic flesje weegt 17 gram. Dit flesje kan gevuld worden met in totaal 330 gram water.

- 3p 6 Bereken, gebruikmakend van bovenstaande formules voor V en M , hoeveel gram water in dit flesje gedaan moet worden voor de optimale vulling. Geef je antwoord in een geheel aantal grammen.

Veel plastic flesjes kunnen gevuld worden met in totaal 500 gram water. Voor deze flesjes geldt voor het gewicht in gram G dat nodig is voor de optimale vulling: $G = 500 \cdot V$. Voor deze flesjes kan met behulp van bovenstaande formules voor V en M een formule opgesteld worden, waarmee G direct berekend kan worden als het gewicht van het lege flesje (f) bekend is. Een formule voor G is:

$$G = f \cdot \sqrt{1 + \frac{500}{f}} - f$$

- 3p 7 Geef de herleiding van deze formule voor G uit de gegeven formules voor V en M en $G = 500 \cdot V$.

In een grote plastic fles kan meer water ten opzichte van het gewicht van de fles dan in een klein plastic flesje. Hierdoor neemt M toe naarmate de grootte van de fles toeneemt.

De optimale vullingsgraad van kleine plastic flessen kan vergeleken worden met die van grote plastic flessen met behulp van de afgeleide $\frac{dV}{dM}$.

- 4p 8 Schets de grafiek van $\frac{dV}{dM}$ en beredeneer aan de hand van deze schets of de optimale vullingsgraad toeneemt of afneemt naarmate de grootte van de fles toeneemt.