

Minder werken

In 2020 publiceerde de onderzoeker Charlie Giattino de resultaten van een onderzoek naar de **welvaart** in een land. Welvaart is een maat voor hoe goed mensen het financieel hebben en wordt (vaak) uitgedrukt in dollars.

Volgens zijn onderzoek was de verdubbelingstijd van de welvaart in Duitsland in de periode 1850-1940 gelijk aan 47 jaar.

Verder volgde uit het onderzoek dat de welvaart in Duitsland vanaf 1950 bij benadering toeneemt volgens de formule:

$$W_D = 6742e^{0,0315t} \quad (\text{formule 1})$$

Hierin is W_D de welvaart in Duitsland in dollars en t de tijd in gehele jaren met $t = 0$ het jaar 1950.

De welvaart nam in de periode 1850-1940 langzamer toe dan dat hij sinds 1950 toeneemt.

- 4p 12 Bereken het verschil tussen de verdubbelingstijd van de welvaart in Duitsland in de periode 1850-1940 en de verdubbelingstijd sinds 1950. Geef je antwoord in gehele jaren.

Giattino deed ook onderzoek naar het verband tussen de welvaart in een land en het aantal uren dat een werknemer in dat land gemiddeld per jaar werkt. Voor Duitsland wordt dit verband gegeven door de formule:

$$U_D = -529,4 \ln(W_D) + 6983 \quad (\text{formule 2})$$

Hierin is U_D het aantal uren dat een werknemer in Duitsland gemiddeld per jaar werkt en W_D de welvaart in Duitsland in dollars. Op basis van formule 2 concludeerde Giattino dat naarmate de welvaart toeneemt, het aantal gewerkte uren afneemt.

Als de welvaart in Duitsland met 50% toeneemt, dan neemt het gemiddeld aantal gewerkte uren per werknemer per jaar met een vast aantal af.

- 3p 13 Bereken hoeveel uur dit volgens de formule voor U_D is. Geef je antwoord in gehele uren.

Iemand doet de volgende bewering:

Als in Duitsland de welvaart toeneemt dan neemt het gemiddeld aantal gewerkte uren per werknemer per jaar sneller af bij een hogere welvaart dan bij een lagere welvaart.

- 4p **14** Beredeneer aan de hand van een formule van de afgeleide van U_D , zonder getallen in te vullen of een schets/tekening te maken, of deze bewering juist is.

Door formule 1 en formule 2 te combineren, kan een formule opgesteld worden die het verband benadert tussen het gemiddeld aantal gewerkte uren per werknemer per jaar in Duitsland en het jaar. Deze formule is van de vorm $U_D = pt + q$.

- 5p **15** Stel deze formule op. Geef p in drie decimalen en q als een geheel getal.

In Nederland groeit de welvaart bij benadering ook exponentieel sinds 1950. In 1960 was de welvaart in Nederland \$ 11 529 en in 2000 was dat \$ 34 497. Uit de gegevens volgt dat de welvaart in Nederland kan worden beschreven met de formule:

$$W_N = 8766 \cdot 1,028^t \quad (\text{formule 3})$$

Hierin is W_N de welvaart in Nederland in dollars en t de tijd in gehele jaren met $t = 0$ het jaar 1950.

In formule 3 is de beginhoeveelheid afgerond op helen tot 8766 en de jaarlijkse groeifactor is afgerond op drie decimalen tot 1,028.

- 4p **16** Bereken de beginhoeveelheid in één decimaal en de jaarlijkse groeifactor in vier decimalen.

In 1950 was de welvaart in Nederland groter dan in Duitsland. Bovendien nam de welvaart in Nederland toen sneller toe dan die in Duitsland. Decennia later haalde de welvaart in Duitsland die in Nederland in. Hieruit volgt dat vanaf een bepaald moment de welvaart in Duitsland sneller toenam dan die in Nederland.

- 4p **17** Bereken met behulp van de afgeleiden $\frac{dW_D}{dt}$ en $\frac{dW_N}{dt}$ vanaf welk jaar dit het geval was.