

Halve hoek

10 maximumscore 6

- De cosinusregel in driehoek BCQ geeft $12^2 = 7^2 + 7^2 - 2 \cdot 7 \cdot 7 \cdot \cos(2\alpha)$ 1
- Hieruit volgt $\cos(2\alpha) = -0,46\dots$ 1
- Dit geeft $2\alpha = 117,99\dots^\circ$, dus $\alpha = \angle BAC = 58,99\dots^\circ$ 1
- De cosinusregel in driehoek ABC geeft $12^2 = 10^2 + AC^2 - 2 \cdot 10 \cdot AC \cdot \cos(58,99\dots^\circ)$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- (Dit geeft $AC = 13,549\dots$, dus) het eindantwoord is 13,55 1

of

- De cosinusregel in driehoek BCQ geeft $12^2 = 7^2 + 7^2 - 2 \cdot 7 \cdot 7 \cdot \cos(2\alpha)$ 1
- Hieruit volgt $\cos(2\alpha) = -0,46\dots$ 1
- Dit geeft $2\alpha = 117,99\dots^\circ$, dus $\alpha = \angle BAC = 58,99\dots^\circ$ 1
- De sinusregel in driehoek ABC geeft $\frac{12}{\sin(58,99\dots^\circ)} = \frac{10}{\sin(\angle BCA)}$; dit geeft $\angle BCA = 45,58\dots^\circ$ 1
- $\angle ABC = 180 - 58,99\dots - 45,58\dots = 75,41\dots^\circ$ 1
- De sinusregel in driehoek ABC geeft $\frac{12}{\sin(58,99\dots^\circ)} = \frac{AC}{\sin(75,41\dots^\circ)}$ (of gebruikmaken van de cosinusregel in driehoek ABC); (dit geeft $AC = 13,549\dots$, dus) het eindantwoord is 13,55 1

of

- De cosinusregel in driehoek BCQ geeft $12^2 = 7^2 + 7^2 - 2 \cdot 7 \cdot 7 \cdot \cos(2\alpha)$ 1
- Hieruit volgt $\cos(2\alpha) = -0,46\dots$ 1
- Dit geeft $2\alpha = 117,99\dots^\circ$, dus $\alpha = \angle BAC = 58,99\dots^\circ$ 1
- In driehoek ABD , waarin D de loodrechte projectie van B op zijde AC is, geldt $\sin(58,99\dots^\circ) = \frac{BD}{10}$; dit geeft $BD = 8,57\dots$ 1
- De stelling van Pythagoras geeft $CD = \sqrt{12^2 - 8,57\dots^2}$ en $AD = \sqrt{10^2 - 8,57\dots^2}$ 1
- $AC = CD + AD = 8,39\dots + 5,15\dots (= 13,549\dots)$, dus het eindantwoord is 13,55 1

of

Vraag	Antwoord	Scores
	<ul style="list-style-type: none"> Het inzicht dat driehoek BMQ een rechthoekige driehoek is met zijden $BM = 6$ en $BQ = 7$, waarbij M het midden is van zijde BC 	1
	<ul style="list-style-type: none"> Dus geldt $\sin(\angle BQM) = \frac{6}{7}$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> Dit geeft $\angle BQM = 58,99\dots^\circ$, dus ook $\angle BAC = 58,99\dots^\circ$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> De cosinusregel in driehoek ABC geeft $12^2 = 10^2 + AC^2 - 2 \cdot 10 \cdot AC \cdot \cos(58,99\dots^\circ)$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 	1
	<ul style="list-style-type: none"> (Dit geeft $AC = 13,549\dots$, dus) het eindantwoord is 13,55 	1
	of	
	<ul style="list-style-type: none"> (Omdat driehoek BCQ gelijkbenig is, volgt:) als M het midden van lijnstuk BC is, dan geldt $\angle BMQ = 90^\circ$ en $\angle BQM = \frac{1}{2} \cdot \angle BQC = \alpha = \angle BAC$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> Hieruit volgt dat driehoek BMQ gelijkvormig is met driehoek BDA met vergrotingsfactor $\frac{10}{7}$, waarbij D de loodrechte projectie van B op zijde AC is 	1
	<ul style="list-style-type: none"> $BM = 6$, dus met de stelling van Pythagoras volgt hieruit dat $QM = \sqrt{7^2 - 6^2} = \sqrt{13}$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> $AD = \frac{10}{7} \sqrt{13} (= 5,15\dots)$ en $BD = \frac{10}{7} \cdot 6 (= 8,57\dots)$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> $CD = \sqrt{12^2 - 8,57\dots^2} = 8,39\dots$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> $AC = CD + AD = 8,39\dots + 5,15\dots (= 13,549\dots)$, dus het eindantwoord is 13,55 	1