

## Lijn door de toppen

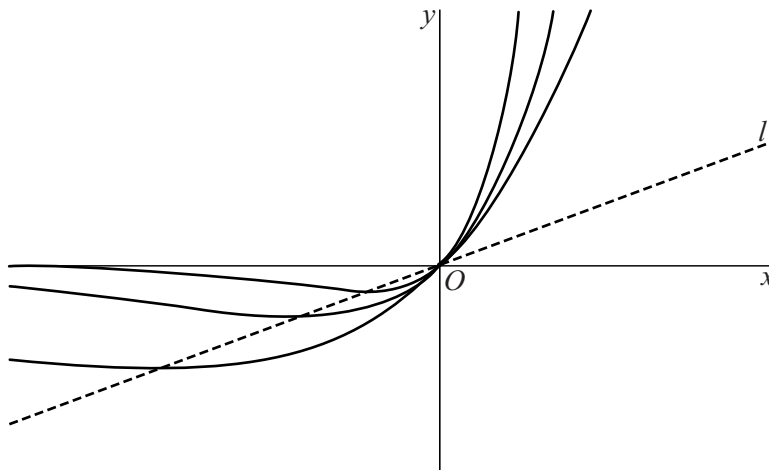
Voor elke waarde van  $a$  met  $a > 0$  wordt de functie  $f_a$  gegeven door  $f_a(x) = xe^{ax}$ .

De afgeleide functie  $f'_a$  wordt gegeven door  $f'_a(x) = e^{ax} + axe^{ax}$ .

In figuur 1 zie je voor een aantal waarden van  $a$  de grafiek van  $f_a$ .

Ook is de lijn  $l$  met vergelijking  $y = \frac{1}{e}x$  weergegeven.

**figuur 1**



Voor elke waarde van  $a$  met  $a > 0$  heeft de grafiek van  $f_a$  precies één top.

4p **3** Bewijs dat deze top op lijn  $l$  ligt.

De functie  $F_a$  is gegeven door:

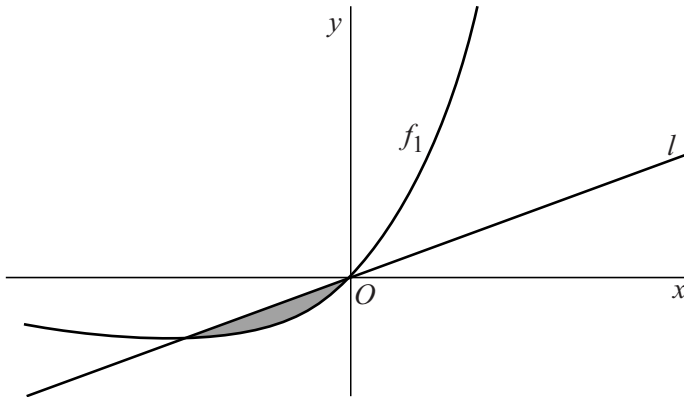
$$F_a(x) = \frac{1}{a} x e^{ax} - \frac{1}{a^2} e^{ax}$$

$F_a$  is een primitieve van  $f_a$ .

3p 4 Bewijs dat  $F_a$  inderdaad een primitieve van  $f_a$  is.

Voor  $f_1$  geldt  $f_1(x) = x e^x$ . In figuur 2 is de grafiek van  $f_1$  getekend, en ook lijn  $l$ . Het vlakdeel tussen lijn  $l$  en de grafiek van  $f_1$  is grijs gemaakt.

**figuur 2**



5p 5 Bereken exact de oppervlakte van het grijze vlakdeel.