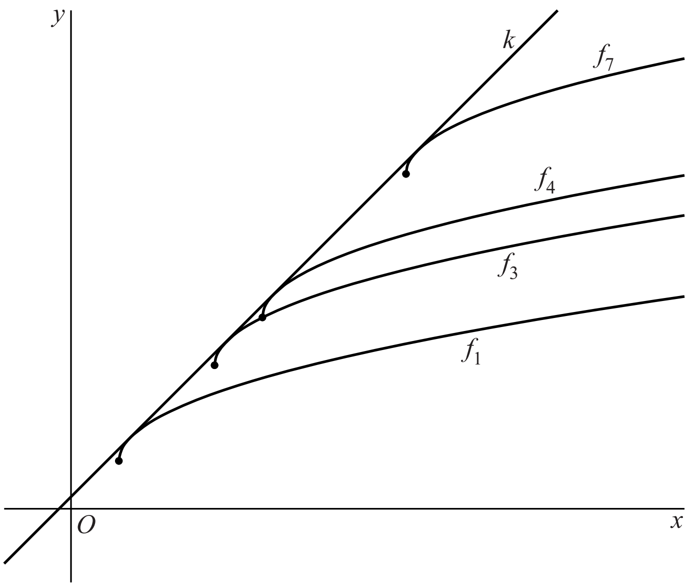
Altijd raak

Voor $p \geq 1$ is de functie f_p gegeven door:

$$f_p(x) = p + \sqrt{x - p}$$

In figuur 1 is voor enkele waarden van p de grafiek van f_p weergegeven en ook lijn k met vergelijking $y = x + \frac{1}{4}$.

figuur 1



Lijn k raakt de grafiek van f_p voor elke waarde van $p \geq 1$.

5p **3** Bewijs dit.

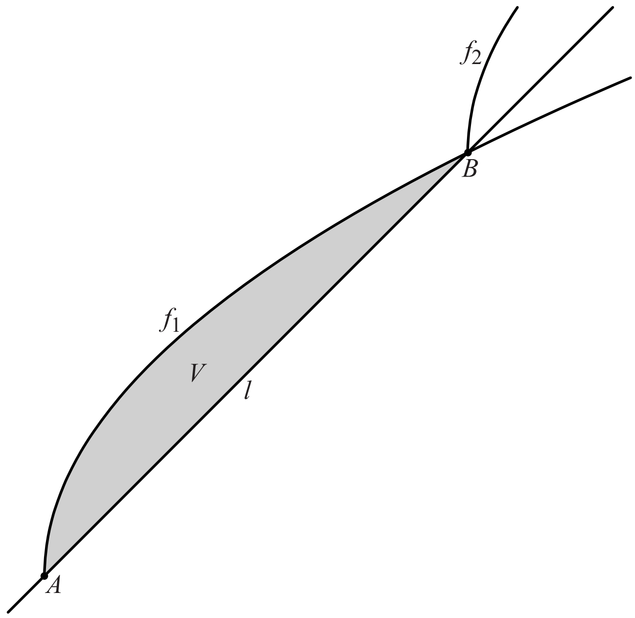
Voor $p \geq 1$ heeft de grafiek van f_p een randpunt, ook wel beginpunt genoemd. De randpunten van de grafieken in figuur 1 zijn met een stip aangegeven.

Er geldt voor elke $p \geq 1$: het randpunt van de grafiek van f_p ligt op de grafiek van f_{p-1}.

3p **4** Bewijs dat inderdaad voor $p \geq 1$ geldt: het randpunt van de grafiek van f_p ligt op de grafiek van f_{p-1}.

Punt $A(1,1)$ is het randpunt van de grafiek van f_1. Punt $B(2,2)$ is het randpunt van de grafiek van f_2. B ligt dus op de grafiek van f_1.
Door de punten A en B gaat een lijn l.
V is het vlakdeel dat wordt ingesloten door lijn l en de grafiek van f_1.
Zie figuur 2.

figuur 2



5p **5** Bereken exact de oppervlakte van V.