Twee logaritmische functies

13 maximumscore 4

- Als $x_B = b$, dan $x_A = b - 3$ (of: als $x_A = a$, dan $x_B = a + 3$) — 1
- Er moet gelden $\log\left(\sqrt{b-3}\right) = \log\left(b\sqrt{b}\right) - 1$ (of: $\log\left(\sqrt{a}\right) = \log\left((a+3)\sqrt{a+3}\right) - 1$) — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden — 1
- Dit geeft $q \approx -0{,}20$ of $q \approx 0{,}34$ — 1

of

- $\log\left(\sqrt{x_A}\right) = q$, dus $\sqrt{x_A} = 10^q$, dus $x_A = 10^{2q}$, dus $x_B = 10^{2q} + 3$ — 1
- Er moet gelden $\log\left(\left(10^{2q} + 3\right)\sqrt{10^{2q} + 3}\right) - 1 = q$ — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden — 1
- Dit geeft $q \approx -0{,}20$ of $q \approx 0{,}34$ — 1

of

- $\log\left(\sqrt{x_A}\right) = q$, dus $\sqrt{x_A} = 10^q$, dus $x_A = 10^{2q}$ en $\log\left(x_B\sqrt{x_B}\right) - 1 = q$, dus $x_B\sqrt{x_B} = 10^{q+1}$, dus $x_B = \left(10^{q+1}\right)^{\frac{2}{3}}$ — 1
- Er moet gelden $\left(10^{q+1}\right)^{\frac{2}{3}} - 10^{2q} = 3$ — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden — 1
- Dit geeft $q \approx -0{,}20$ of $q \approx 0{,}34$ — 1

14 maximumscore 3

- $\dfrac{CD}{CE} = \dfrac{\log\left(p\sqrt{p}\right) - 1 - \log\left(\sqrt{p}\right)}{\log\left(\sqrt{p}\right)}$ — 1
- $\log\left(p\sqrt{p}\right) = 1\frac{1}{2}\log(p)$ en $\log\left(\sqrt{p}\right) = \frac{1}{2}\log(p)$ — 1
- $\dfrac{CD}{CE} = \dfrac{1\frac{1}{2}\log(p) - 1 - \frac{1}{2}\log(p)}{\frac{1}{2}\log(p)} = \dfrac{\log(p) - 1}{\frac{1}{2}\log(p)} = \dfrac{2\log(p) - 2}{\log(p)}$ — 1

of

- $f(x) = \frac{1}{2}\log(x)$ en $g(x) = 1\frac{1}{2}\log(x) - 1$ — 1
- $CD = 1\frac{1}{2}\log(p) - 1 - \frac{1}{2}\log(p) = \log(p) - 1$ — 1
- $\dfrac{CD}{CE} = \dfrac{\log(p) - 1}{\frac{1}{2}\log(p)} = \dfrac{2\log(p) - 2}{\log(p)}$ — 1

15 maximumscore 2

- $\dfrac{2\log(p)-2}{\log(p)} = \dfrac{2-\frac{2}{\log(p)}}{1}$ 1
- Dus $\lim\limits_{p\to\infty} \dfrac{CD}{CE} = (\dfrac{2-0}{1} =)\ 2$ (en dit is de gevraagde grenswaarde) 1

Parabool en cirkel met variabele straal

16 maximumscore 5

- Voor de cirkel geldt $x^2 + (y-r)^2 = r^2$ 1
- Voor snijpunten van de cirkel en de parabool geldt $x^2 + \left(x^2 - r\right)^2 = r^2$ 1
- Herleiden tot $x^2\left(1-2r+x^2\right) = 0$ 1
- Dit geeft $x^2 = 0$ (of $x = 0$) of $x^2 = 2r - 1$ 1
- ($x^2 = 2r-1$ moet twee oplossingen hebben, dus) er moet gelden $2r - 1 > 0$, dus $r > \frac{1}{2}$ 1

of

- Voor de cirkel geldt $x^2 + (y-r)^2 = r^2$ 1
- Voor snijpunten van de cirkel en de parabool geldt $y + (y-r)^2 = r^2$ 1
- Herleiden tot $y(y-2r+1) = 0$ 1
- Dit geeft $y = 0$ (dus $x = 0$) of $y = 2r-1$ 1
- ($y = 2r-1$ geeft twee gemeenschappelijke punten als $2r-1>0$, dus) er moet gelden $2r-1>0$, dus $r > \frac{1}{2}$ 1

17 maximumscore 5

- De inhoud van het omwentelingslichaam van de parabool kan worden berekend met de integraal $\int_0^r \pi y \, \mathrm{d}y$ 1
- Een primitieve van πy is $\frac{1}{2}\pi y^2$ 1
- Invullen van de grenzen geeft voor de inhoud $\frac{1}{2}\pi r^2$ 1
- Er moet gelden $\frac{1}{2}\pi r^2 - \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\pi r^3$ (of een gelijkwaardige vergelijking) 1
- Dit geeft $\pi r^2(3-8r) = 0$, dus $r = \frac{3}{8}$ 1