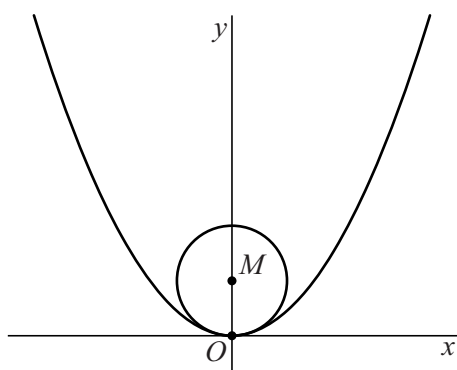


Parabool en cirkel met variabele straal

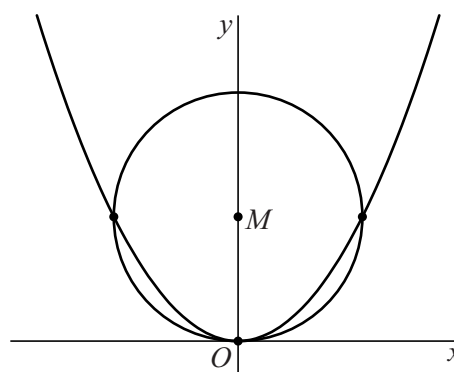
Gegeven is de parabool met vergelijking $y = x^2$ en een punt $M(0, r)$ op de positieve y -as. We bekijken de cirkel met middelpunt M en straal r . Het punt $O(0, 0)$ ligt op deze cirkel en op de gegeven parabool.

Afhankelijk van de waarde van r hebben de cirkel en de parabool één gemeenschappelijk punt of drie gemeenschappelijke punten. In figuur 1 is de situatie met $r = \frac{9}{20}$ getekend, waarbij er één gemeenschappelijk punt is. In figuur 2 is de situatie met $r = 1$ getekend, met drie gemeenschappelijke punten.

figuur 1 $r = \frac{9}{20}$



figuur 2 $r = 1$



- 5p 16 Bereken exact voor welke waarden van r de cirkel en de parabool drie gemeenschappelijke punten hebben.

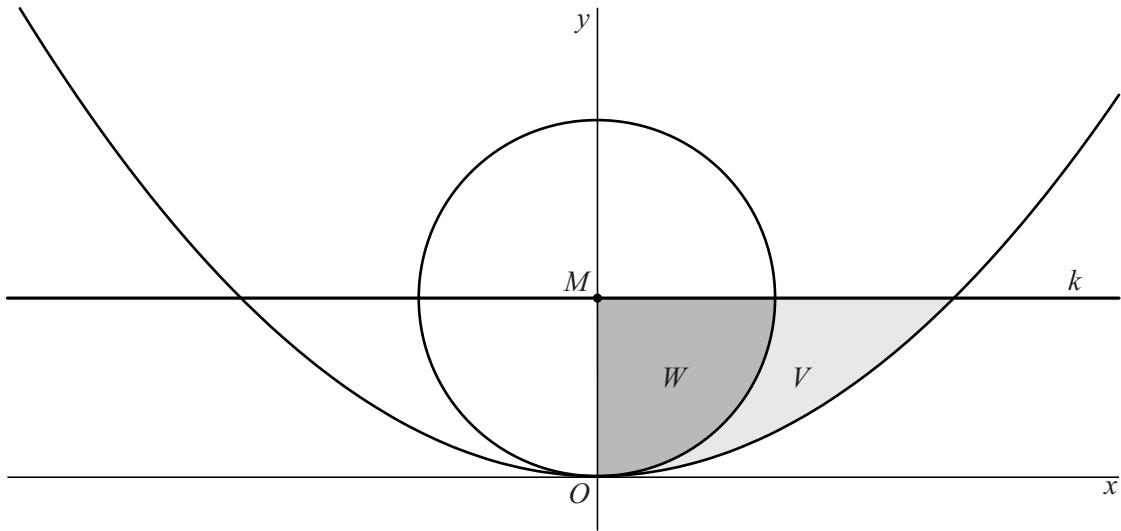
In de rest van deze opgave gaan we uit van de situatie waarin de cirkel en de parabool alleen punt O gemeenschappelijk hebben.

De lijn k gaat door M en is evenwijdig aan de x -as.

V is het gebied rechts van de y -as dat wordt ingesloten door de cirkel, de parabool en lijn k . In figuur 3 is dit gebied lichtgrijs gemaakt.

W is het gebied rechts van de y -as dat wordt ingesloten door de cirkel, de y -as en lijn k . In figuur 3 is dit gebied donkergrijs gemaakt.

figuur 3



Wanneer de cirkel wordt gewenteld om de y -as, ontstaat een bol met inhoud $\frac{4}{3}\pi r^3$.

De gebieden V en W worden gewenteld om de y -as.

Er is een waarde van r waarvoor de inhoud van de omwentelingslichamen van V en W aan elkaar gelijk zijn.

5p 17 Bereken exact deze waarde van r .