Gebroken functie met een parameter

11 maximumscore 3

- $f_1(x) = x + \dfrac{4}{x^2}$ 1
- (Als x onbegrensd toeneemt, nadert $\dfrac{4}{x^2}$ tot 0, dus) de vergelijking van de scheve asymptoot is $y = x$ 1
- Omdat ($4 > 0$ en) $x^2 > 0$, geldt $x + \dfrac{4}{x^2} > x$ (dus ligt de grafiek van f_1 boven de scheve asymptoot) 1

12 maximumscore 5

- Er geldt $f_p{}'(x) = \dfrac{x^2 \cdot 3x^2 - \left(x^3 + 4p\right) \cdot 2x}{\left(x^2\right)^2}$ 1
- Herleiden tot $f_p{}'(x) = 1 - \dfrac{8p}{x^3}$ (of $f_p{}'(x) = \dfrac{x^4 - 8px}{x^4}$) 1
- $f_p{}'(x) = 0$ geeft voor de x-coördinaat van de top $p = \frac{1}{8}x^3$ 1
- Invullen in $x^3 + 4p$ geeft $1\frac{1}{2}x^3$ 1
- Dus de y-coördinaat van de top is $\dfrac{1\frac{1}{2}x^3}{x^2} = 1\frac{1}{2}x$ (dus de toppen liggen op de lijn met vergelijking $y = 1\frac{1}{2}x$) 1

of

- Er geldt $f_p(x) = x + \frac{4p}{x^2} = x + 4px^{-2}$ 1
- $f_p'(x) = 1 - \frac{8p}{x^3}$ 1
- $f_p'(x) = 0$ geeft voor de x-coördinaat van de top $x = \sqrt[3]{8p}$ $(= 2p^{\frac{1}{3}})$ 1
- Invullen in $x^3 + 4p$ geeft $12p$ en invullen in x^2 geeft $\left(2p^{\frac{1}{3}}\right)^2 = 4p^{\frac{2}{3}}$,

  dus de y-coördinaat van de top is $\frac{12p}{4p^{\frac{2}{3}}} = 3p^{\frac{1}{3}}$ 1
- (Voor elke waarde van $p > 0$ geldt) $\frac{3p^{\frac{1}{3}}}{2p^{\frac{1}{3}}} = 1\frac{1}{2}$ (of $3p^{\frac{1}{3}} = 1\frac{1}{2} \cdot 2p^{\frac{1}{3}}$) (dus

  de toppen liggen op de lijn met vergelijking $y = 1\frac{1}{2}x$) 1

Absolute natuurlijke logaritme

13 maximumscore 6

- $\left|\ln\left(x_C\right)\right| = \ln\left(x_C\right) = q$ (want $\ln(x_C) > 0$), dus $x_C = e^q$ 1
- $\left|\ln\left(x_B\right)\right| = -\ln\left(x_B\right)$ (want $\ln\left(x_B\right) < 0$) 1
- $-\ln\left(x_B\right) = q$, dus $\ln\left(x_B\right) = -q$, dus $x_B = e^{-q}$ 1
- De vergelijking ($e^q - e^{-q} = 3e^{-q}$, dus) $e^q = 4e^{-q}$ moet worden opgelost 1
- Hieruit volgt $e^{2q} = 4$ 1
- Dus $q = \frac{1}{2}\ln(4)$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

of

- Er moet gelden ($x_C - x_B = 3 \cdot x_B$, dus) $x_C = 4 \cdot x_B$ 1
- De vergelijking $|\ln(b)| = |\ln(4b)|$ moet worden opgelost, waarbij b de x-coördinaat van B is 1
- $|\ln(b)| = -\ln(b)$ (want $\ln(b) < 0$) en $|\ln(4b)| = \ln(4b)$ (want $\ln(4b) > 0$) 1
- Uit $-\ln(b) = \ln(4b)$ volgt $\ln\left(\frac{1}{b}\right) = \ln(4b)$ 1
- $\frac{1}{b} = 4b$, dus $1 = 4b^2$ 1
- Dit geeft $b = \frac{1}{2}$ ($b = -\frac{1}{2}$ voldoet niet), dus $q = \ln(2)$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1