

Goniometrische functies

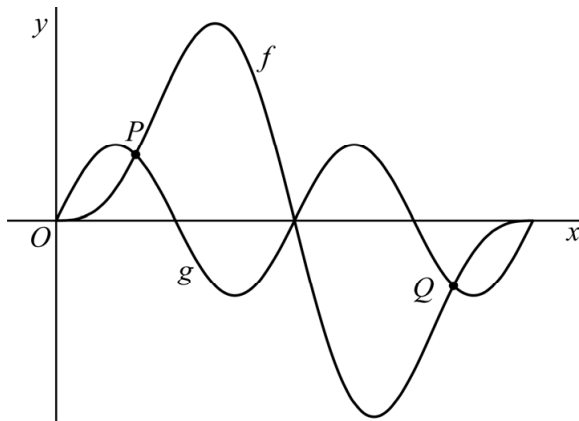
De functies f en g worden voor $0 \leq x \leq 2\pi$ gegeven door:

$$f(x) = 2\sin(x) - \sin(2x)$$

$$g(x) = \sin(2x)$$

De grafieken van f en g hebben vijf gemeenschappelijke punten. Drie van deze punten liggen op de x -as. De andere twee punten zijn P en Q . Zie figuur 1.

figuur 1

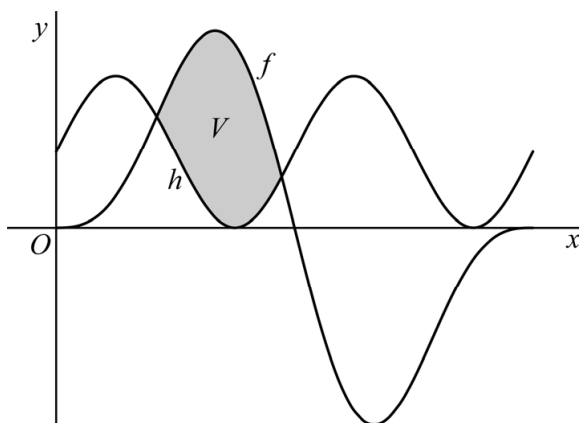


- 4p 2 Bereken exact de x -coördinaten van P en Q .

De grafiek van g wordt 1 omhoog geschoven. Zo ontstaat de grafiek van de functie h . Zie figuur 2.

V is het gebied dat wordt ingesloten door de grafieken van f en h . In figuur 2 is dit gebied grijs gemaakt.

figuur 2

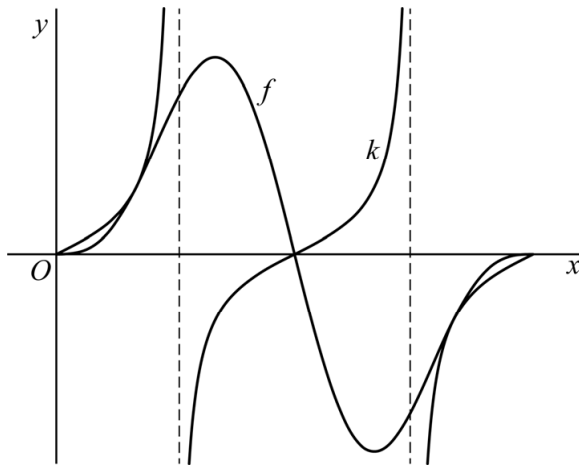


De grafieken van f en h snijden elkaar in twee punten. De x -coördinaten van deze twee punten zijn afgerond 1,33 en 2,97.

- 5p 3 Bereken de oppervlakte van V met behulp van primitiveren. Geef je eindantwoord in één decimaal.

De functie k wordt gegeven door $k(x) = \frac{1}{2} \tan(x)$. Zie figuur 3, waarin de grafieken van k en f zijn weergegeven.

figuur 3



De grafiek van k raakt de grafiek van f in een punt met x -coördinaat $\frac{1}{3}\pi$.

4p 4 Bewijs dat voor $x = \frac{1}{3}\pi$ de grafieken van k en f elkaar inderdaad raken.