

Asymptoten en raaklijnen

13 maximumscore 3

- $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-\frac{1}{x}} = 1$ (of $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-\frac{1}{x}} = 1$), dus de grafiek van f heeft een horizontale asymptoot met vergelijking $y = 1$ 1
 - $\lim_{x \uparrow 0} e^{-\frac{1}{x}} = \infty$, dus de grafiek van f heeft een verticale asymptoot met vergelijking $x = 0$ 1
 - Dus de grafiek van de inverse functie van f heeft een horizontale asymptoot met vergelijking $y = 0$ en een verticale asymptoot met vergelijking $x = 1$ 1
- of
- De inverse functie van f is gegeven door $f^{\text{inv}}(x) = \frac{-1}{\ln(x)}$ 1
 - $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{-1}{\ln(x)} \right) = 0$, dus de grafiek van de inverse functie van f heeft een horizontale asymptoot met vergelijking $y = 0$ 1
 - $\lim_{x \downarrow 1} \left(\frac{-1}{\ln(x)} \right) = -\infty$ (of $\lim_{x \uparrow 1} \left(\frac{-1}{\ln(x)} \right) = \infty$), dus de grafiek van de inverse functie van f heeft een verticale asymptoot met vergelijking $x = 1$ 1

Opmerking

Als de kandidaat bij het tweede antwoordelement van het eerste antwoordalternatief geen limiet gebruikt, maar een argument noemt als 'voor $x = 0$ is $\frac{1}{x}$ en dus f niet gedefinieerd', hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

| Vraag | Antwoord | Scores |
|-------|----------|--------|
|-------|----------|--------|

14 maximumscore 7

- Een vergelijking van de raaklijn in P met x -coördinaat p is

$$y - e^{-\frac{1}{p}} = \frac{1}{p^2} \cdot e^{-\frac{1}{p}} \cdot (x - p) \text{ (of een gelijkwaardige uitdrukking)}$$
 2
- De x -coördinaat van S is oplossing van de vergelijking

$$-e^{-\frac{1}{p}} = \frac{1}{p^2} \cdot e^{-\frac{1}{p}} \cdot (x - p)$$
 1
- Dit geeft $x_S = -p^2 + p$ 1
- x_S is maximaal als $-2p + 1 = 0$ 1
- Dit geeft $p = \frac{1}{2}$ 1
- De maximale waarde van x_S is $\frac{1}{4}$ 1

of

- De raaklijn die de x -as snijdt in punt S met de grootste x -coördinaat is de raaklijn in het buigpunt van de grafiek van f 1
- $$f''(x) = \frac{1}{x^2} \cdot \frac{1}{x^2} \cdot e^{-\frac{1}{x}} - \frac{2}{x^3} \cdot e^{-\frac{1}{x}}$$
 1
- $f''(x) = 0$ geeft $\frac{1}{x^4} = \frac{2}{x^3}$ 1
- De x -coördinaat van het buigpunt is $\frac{1}{2}$ 1
- De y -coördinaat van het buigpunt is e^{-2} 1
- De richtingscoëfficiënt van de raaklijn in het buigpunt is $4e^{-2}$ 1
- Hieruit volgt dat deze raaklijn de x -as snijdt voor $x = \frac{1}{4}$ (dus de maximale waarde van x_S is $\frac{1}{4}$) 1

Opmerking

Voor het eerste antwoordelement van het eerste antwoordalternatief mogen uitsluitend 0 of 2 scorepunten worden toegekend.