Vectoren spiegelen

4 maximumscore 4

- $\overrightarrow{OG} = \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \end{pmatrix}$ 1
- $p \cdot \overrightarrow{OF} + q \cdot \overrightarrow{OG} = \begin{pmatrix} 7p + 7q \\ 2p - 2q \end{pmatrix}$ 1
- Beschrijven hoe het stelsel $\begin{cases} 7p + 7q = 7 \\ 2p - 2q = -3 \end{cases}$ exact kan worden opgelost 1
- $p = -\frac{1}{4}$ en $q = \frac{5}{4}$ 1

5 maximumscore 5

- Als S de loodrechte projectie van F op k is, dan is $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$ een vectorvoorstelling van de lijn door F en S 1
- S ligt op k en op de lijn door F en S, dus $\begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} = t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ 1
- De oplossing van dit stelsel is $s = -\frac{22}{25}$ (en $t = \frac{29}{25}$) 1
- Dus $x_S = 3\frac{12}{25}$ 1
- Dit is minder dan de helft van $x_F = 7$, dus ligt het spiegelbeeld links van de y-as 1

of

- Een vergelijking van k is $y = \frac{4}{3}x$ 1
- Een vergelijking van de lijn loodrecht op k en door F is $y = -\frac{3}{4}(x - 7) + 2$ 1
- De x-coördinaat van het snijpunt S kan worden berekend met $\frac{4}{3}x = -\frac{3}{4}(x - 7) + 2$ 1
- Dit geeft $x_S = 3\frac{12}{25}$ 1
- $x_{F'} = x_F - 2 \cdot (x_F - x_S) = -\frac{1}{25}$ (of: $x_{F'} = x_S - (x_F - x_S) = -\frac{1}{25}$) (met F' het eindpunt van het spiegelbeeld) en dus ligt het spiegelbeeld links van de y-as 1

of

- Voor de hoek α tussen $\overrightarrow{OF}$ en lijn k geldt
  $\cos(\alpha)=\dfrac{\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}7\\2\end{pmatrix}}{\left|\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}\right|\cdot\left|\begin{pmatrix}7\\2\end{pmatrix}\right|}$ $(=0,796...)$ 1
- Hieruit volgt $\alpha=37,1...°$ 1
- Voor de hoek β tussen k en de y-as geldt $\cos(\beta)=\dfrac{\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}}{\left|\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}\right|\cdot\left|\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\right|}$ $(=0,8)$ 1
- Hieruit volgt $\beta=36,8...°$ 1
- Omdat $\beta<\alpha$ (en bij spiegeling de hoek tussen de vector en lijn k gelijk blijft) ligt het spiegelbeeld links van de y-as 1

of

- Voor de hoek α_1 tussen $\overrightarrow{OF}$ en de x-as geldt $\tan(\alpha_1)=\frac{2}{7}$ 1
- Voor de hoek α_2 tussen lijn k en de x-as geldt $\tan(\alpha_2)=\frac{4}{3}$, dus
  $\alpha=\alpha_2-\alpha_1=37,1...°$ 1
- Voor de hoek β tussen k en de y-as geldt $\tan(\beta)=\frac{3}{4}$ (of $\beta=90°-\alpha_2$) 1
- Hieruit volgt $\beta=36,8...°$ 1
- Omdat $\beta<\alpha$ (en bij spiegeling de hoek tussen de vector en lijn k gelijk blijft) ligt het spiegelbeeld links van de y-as 1

of

- Voor de hoek α_1 tussen $\overrightarrow{OF}$ en de x-as geldt $\tan(\alpha_1)=\frac{2}{7}$ 1
- Voor de hoek α_2 tussen lijn k en de x-as geldt $\tan(\alpha_2)=\frac{4}{3}$, dus
  $\alpha=\alpha_2-\alpha_1=37,1...°$ 1
- De hoek van de gespiegelde vector met de x-as is $\alpha_2+\alpha$ 1
- Deze hoek is $53,1...+37,1...=90,...(°)$ 1
- Dit is meer dan $90\,(°)$ dus ligt de gespiegelde vector links van de y-as 1