

Cirkels en lijnen

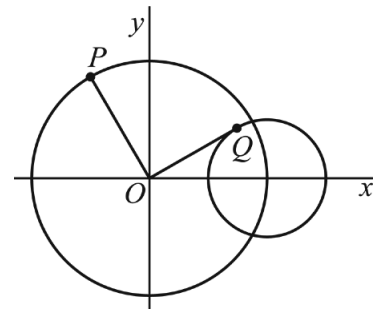
Voor $0 \leq t \leq 2\pi$ beweegt een punt P over een cirkelvormige baan c_P met middelpunt $O(0, 0)$ volgens de bewegingsvergelijkingen:

$$\begin{cases} x_P(t) = 2 \cos(t) \\ y_P(t) = 2 \sin(t) \end{cases}$$

Voor $0 \leq t \leq 2\pi$ beweegt tegelijkertijd een punt Q over een cirkelvormige baan c_Q volgens de bewegingsvergelijkingen:

$$\begin{cases} x_Q(t) = 2 + \cos(t) \\ y_Q(t) = \sin(t) \end{cases}$$

figuur 1



Hoek POQ is afhankelijk van t . In figuur 1 zijn beide cirkels c_P en c_Q weergegeven. Ook zijn de lijnstukken OP en OQ weergegeven voor een waarde van t waarvoor OP en OQ loodrecht op elkaar staan.

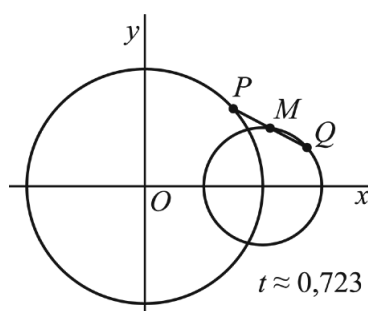
- 5p 11 Bereken exact de waarden van t waarvoor OP en OQ loodrecht op elkaar staan.

De lijn door P en Q snijdt de x -as in punt A . De x -coördinaat van A is onafhankelijk van t .

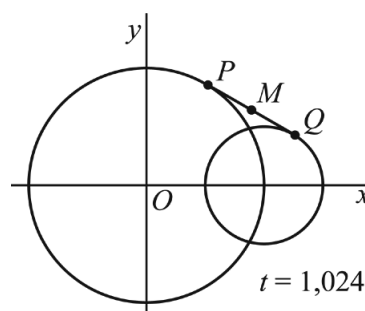
- 5p 12 Bewijs dit.

Punt M is het midden van lijnstuk PQ . Op $t = 0$ beginnen P en Q vanaf de x -as naar boven te bewegen. Punt M beweegt dan mee naar boven. In figuur 2, 3 en 4 is voor drie waarden van t de situatie weergegeven.

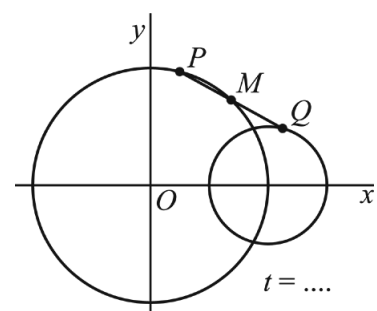
figuur 2



figuur 3



figuur 4



Voor $t \approx 0,723$ ligt punt M op cirkel c_Q . Zie figuur 2.

Na $t \approx 0,723$ komt M in het gebied buiten c_Q te liggen. Zie figuur 3.

Op een zeker tijdstip ligt M op cirkel c_P . Zie figuur 4.

Punt M ligt een percentage van de tijd waarin de punten P en Q een volledige baan doorlopen buiten c_P en c_Q .

- 6p 13 Bereken dit percentage. Geef je eindantwoord als geheel getal.