

## Op de diagonaal van een vierkant

### 3 maximumscore 6

- Voor het kiezen van een assenstelsel met bijbehorende coördinaten, bijvoorbeeld  $A(0,0)$ ,  $D(0,2)$  en  $M(1,0)$  1
- Punt  $P$  heeft coördinaten  $(p, p)$  (met  $0 < p < 2$ ) 1
- $\overrightarrow{MP} = \begin{pmatrix} p-1 \\ p \end{pmatrix}$  en  $\overrightarrow{DP} = \begin{pmatrix} p \\ p-2 \end{pmatrix}$  1
- $\begin{pmatrix} p-1 \\ p \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p \\ p-2 \end{pmatrix} = 0$  1
- $p^2 - p + p^2 - 2p = 0$  geeft  $p = \frac{3}{2}$  ( $p = 0$  voldoet niet) 1
- $AP = \frac{3}{2}\sqrt{2}$  (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

of

- Voor het kiezen van een assenstelsel met bijbehorende coördinaten, bijvoorbeeld  $A(0,0)$ ,  $D(0,2)$  en  $M(1,0)$  1
- Punt  $P$  heeft coördinaten  $(p, p)$  (met  $0 < p < 2$ ) 1
- Lijn  $MP$  heeft rc  $\frac{p}{p-1}$  (voor  $p \neq 1$ ) en lijn  $DP$  heeft rc  $\frac{p-2}{p}$  1
- $\frac{p}{p-1} \cdot \frac{p-2}{p} = -1$  1
- Hieruit volgt  $p = \frac{3}{2}$  ( $p = 0$  voldoet niet) 1
- $AP = \frac{3}{2}\sqrt{2}$  (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

of

- Voor het kiezen van een assenstelsel met bijbehorende coördinaten, bijvoorbeeld  $A(0,0)$ ,  $D(0,2)$  en  $M(1,0)$  1
- Als  $DP$  en  $MP$  loodrecht op elkaar staan, dan ligt  $P$  op de cirkel met middellijn  $MD$  1
- (Dat is de cirkel met middelpunt  $(\frac{1}{2}, 1)$  en straal  $\sqrt{(\frac{1}{2})^2 + 1^2} = \sqrt{\frac{5}{4}}$ , dus) een vergelijking van deze cirkel is  $(x - \frac{1}{2})^2 + (y - 1)^2 = \frac{5}{4}$  1
- Snijden met de lijn  $AP$  met vergelijking  $y = x$  geeft  $(x - \frac{1}{2})^2 + (x - 1)^2 = \frac{5}{4}$ , dus  $2x^2 - 3x = 0$  1
- Dit geeft  $x = \frac{3}{2}$  ( $x = 0$  voldoet niet) 1
- $AP = \frac{3}{2}\sqrt{2}$  (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

of

Vraag	Antwoord	Scores
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Voor het kiezen van een assenstelsel met bijbehorende coördinaten, bijvoorbeeld <math>A(0, 0)</math>, <math>D(0, 2)</math> en <math>M(1, 0)</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Punt <math>P</math> heeft coördinaten <math>(p, p)</math> (met <math>0 &lt; p &lt; 2</math>)</li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Een redenering waaruit volgt dat <math>\angle DPR = \angle PMQ</math> (of <math>\angle RDP = \angle QPM</math>) (met <math>R</math> de loodrechte projectie van <math>P</math> op <math>CD</math> en <math>Q</math> de loodrechte projectie van <math>P</math> op <math>AB</math>)</li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ook geldt (omdat <math>D(0, 2)</math>, <math>R(p, 2)</math>, <math>P(p, p)</math> en <math>Q(p, 0)</math>) <math>DR = PQ</math>, dus <math>\triangle PRD \cong \triangle MQP</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>MQ = PR</math> geeft <math>p - 1 = 2 - p</math> ofwel <math>p = \frac{3}{2}</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>AP = \frac{3}{2}\sqrt{2}</math> (of een gelijkwaardige uitdrukking)</li> </ul>	1
	of	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Een redenering waaruit volgt dat <math>\angle DPR = \angle PMQ</math> (of <math>\angle RDP = \angle QPM</math>) (met <math>R</math> de loodrechte projectie van <math>P</math> op <math>CD</math> en <math>Q</math> de loodrechte projectie van <math>P</math> op <math>AB</math>)</li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ook geldt <math>DR = PQ</math>, dus <math>\triangle PRD \cong \triangle MQP</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Dus <math>MQ = PR</math> en (omdat <math>\angle PCR = 45^\circ</math>) <math>PR = RC</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Dus <math>MQ = PR = RC = BQ</math> en dus is <math>Q</math> het midden van <math>MB</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Hieruit volgt <math>AQ:QB = 3:1</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>AP = \frac{3}{2}\sqrt{2}</math> (want <math>\triangle AQP</math> is gelijkvormig met <math>\triangle ABC</math>) (of een gelijkwaardige uitdrukking)</li> </ul>	1
	of	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Voor het kiezen van een assenstelsel met bijbehorende coördinaten, bijvoorbeeld <math>A(0, 0)</math>, <math>D(0, 2)</math> en <math>M(1, 0)</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Punt <math>P</math> heeft coördinaten <math>(p, p)</math> (met <math>0 &lt; p &lt; 2</math>)</li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>DP = \sqrt{p^2 + (2-p)^2}</math> en <math>MP = \sqrt{p^2 + (p-1)^2}</math> en <math>MD = \sqrt{5}</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>DP \perp MP</math> als <math>p^2 + (2-p)^2 + p^2 + (p-1)^2 = 5</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Hieruit volgt <math>p = \frac{3}{2}</math> (<math>p = 0</math> voldoet niet)</li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>AP = \frac{3}{2}\sqrt{2}</math> (of een gelijkwaardige uitdrukking)</li> </ul>	1