

Gedraaide parabool

7 maximumscore 3

- $\overrightarrow{OM} = \begin{pmatrix} t \\ t^2 \end{pmatrix}$ 1
- $\overrightarrow{MQ} = \begin{pmatrix} t^2 \\ -t \end{pmatrix}$ 1
- $\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MQ} = \begin{pmatrix} t+t^2 \\ t^2-t \end{pmatrix}$ (dus $x_Q(t) = t+t^2$ en $y_Q(t) = t^2-t$) 1

8 maximumscore 3

- $\begin{pmatrix} x_Q'(t) \\ y_Q'(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+2t \\ 2t-1 \end{pmatrix}$ 1
- De snelheid van Q is $\sqrt{(1+2t)^2 + (2t-1)^2} = \sqrt{2+8t^2}$ 1
- $\sqrt{4+16t^2} = \sqrt{2(2+8t^2)} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2+8t^2}$ (dus $c = \sqrt{2}$) 1

Opmerking

Als in het tweede en derde antwoordelement een specifieke waarde van t is genomen, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

9 maximumscore 3

- $L = \sqrt{(t+t^2-2t)^2 + (t^2-t-2t^2)^2}$ 1

- Dit herschrijven tot $L = \sqrt{2t^4 + 2t^2}$ 1

- Dus $L = \sqrt{t^2} \cdot \sqrt{2t^2 + 2} = |t| \cdot \sqrt{2t^2 + 2}$ 1

of

- (Omdat M het midden is van OP en $\overline{MQ} \perp \overline{OP}$ geldt) $PQ = OQ$ dus

$$L = \sqrt{(t+t^2)^2 + (t^2-t)^2} \quad 1$$

- Dit herschrijven tot $L = \sqrt{2t^4 + 2t^2}$ 1

- Dus $L = \sqrt{t^2} \cdot \sqrt{2t^2 + 2} = |t| \cdot \sqrt{2t^2 + 2}$ 1

of

- $PQ^2 = MP^2 + MQ^2$ geeft $(t^2-t)^2 + (-t^2-t)^2 = (t^2)^2 + t^2 + (t^2)^2 + (-t)^2$ 1

- Dit herschrijven tot $L^2 = 2t^4 + 2t^2$ 1

- Dus $L = \sqrt{t^2} \cdot \sqrt{2t^2 + 2} = |t| \cdot \sqrt{2t^2 + 2}$ 1

10 maximumscore 4

- Voor $t < 0$ geldt $L = -t \cdot \sqrt{2t^2 + 2}$ 1

- De afgeleide van $\sqrt{2t^2 + 2}$ is $\frac{4t}{2\sqrt{2t^2 + 2}}$ 1

- $\frac{dL}{dt} = -\sqrt{2t^2 + 2} - t \cdot \frac{4t}{2\sqrt{2t^2 + 2}}$ 1

- $\lim_{t \uparrow 0} \left(\frac{dL}{dt} \right) = -\sqrt{2} - 0 = -\sqrt{2}$ (dus de helling van de grafiek van L nadert tot $-\sqrt{2}$ als t vanaf links tot 0 nadert) 1

of

- Voor $t > 0$ geldt $L = t \cdot \sqrt{2t^2 + 2}$ 1

- De afgeleide van $\sqrt{2t^2 + 2}$ is $\frac{4t}{2\sqrt{2t^2 + 2}}$ 1

- $\frac{dL}{dt} = \sqrt{2t^2 + 2} + t \cdot \frac{4t}{2\sqrt{2t^2 + 2}}$ en $\lim_{t \downarrow 0} \left(\frac{dL}{dt} \right) = \sqrt{2} + 0 = \sqrt{2}$ 1

- Vanwege symmetrie nadert de helling van de grafiek van L dan tot $-\sqrt{2}$ als t vanaf rechts tot 0 nadert 1