Gedraaide parabool

De bewegingsvergelijkingen van een punt P worden gegeven door:

$$\begin{cases} x_P(t) = 2t \\ y_P(t) = 2t^2 \end{cases}$$

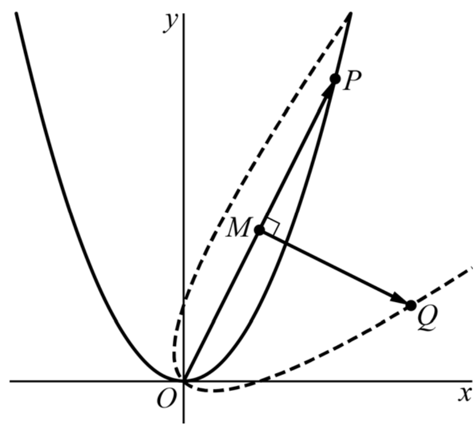
Punt M is het midden van lijnstuk OP. Vector $\overrightarrow{MP}$ wordt rechtsom geroteerd om M over 90°. Zo ontstaat de beeldvector $\overrightarrow{MQ}$.
In figuur 1 is voor een waarde van t de situatie weergegeven.

Tijdens de beweging van P beschrijft ook het punt Q een baan. In figuur 1 is deze baan gestippeld weergegeven.

De bewegingsvergelijkingen van Q worden gegeven door:

$$\begin{cases} x_Q(t) = t + t^2 \\ y_Q(t) = t^2 - t \end{cases}$$

figuur 1



3p **7** Bewijs dat dit inderdaad de bewegingsvergelijkingen van Q zijn.

De snelheid waarmee P beweegt, is gegeven door $\sqrt{4+16t^2}$.
Voor elke waarde van t is deze snelheid een factor c keer zo groot als de snelheid van Q.

3p **8** Bereken exact de waarde van c.

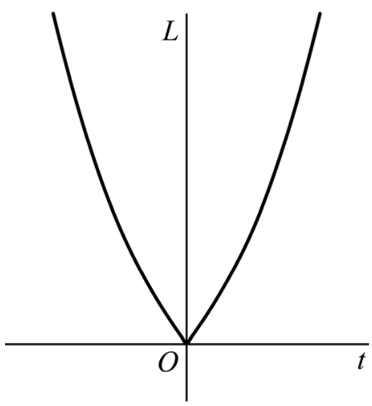
Voor elke waarde van t wordt de lengte L van lijnstuk PQ bepaald.
Er geldt:

$$L = |t| \cdot \sqrt{2t^2+2}$$

3p **9** Bewijs dit.

In figuur 2 is de grafiek van L weergegeven.
In de oorsprong, bij $t=0$, zien we een knik.
Als t vanaf links of vanaf rechts tot 0 nadert, nadert de waarde van L in beide situaties ook tot 0. De helling van de grafiek van L nadert echter niet in beide situaties tot dezelfde waarde.

figuur 2



4p **10** Bereken exact tot welke waarde de helling van de grafiek van L nadert als t vanaf links tot 0 nadert.