

Projectie op een lijn

6 maximumscore 7

- Een vectorvoorstelling van de lijn door B en D is $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ 1
 - Het stelsel $\begin{cases} 2+s=1+3t \\ 2+3s=9-t \end{cases}$ moet worden opgelost 1
 - Een exacte berekening waaruit volgt dat $s=2$ (of $t=1$) 1
 - Hieruit volgt $D(4,8)$ 1
 - $AB^2 = (2--2)^2 + (2--2)^2 = 32$ (of door het gebruik van een $1-1-\sqrt{2}$ -driehoek) 1
 - $CD^2 = \left(1\frac{3}{5}-4\right)^2 + \left(8\frac{4}{5}-8\right)^2 = \frac{160}{25}$ 1
 - Een exacte berekening waaruit volgt dat $k=5$ (dus lijnstuk AB is $\sqrt{5}$ keer zo lang als lijnstuk CD) 1
- of
- Een vergelijking van lijn l is $x+3y=28$ 1
 - Een vergelijking van de lijn door B en D is $y=3x-4$ 1
 - Substitutie geeft $x+3(3x-4)=28$ 1
 - Hieruit volgt $x=4$ dus $D(4,8)$ 1
 - $AB = \sqrt{(2--2)^2 + (2--2)^2} = \sqrt{32}$ (of door het gebruik van een $1-1-\sqrt{2}$ -driehoek) 1
 - $CD = \sqrt{\left(1\frac{3}{5}-4\right)^2 + \left(8\frac{4}{5}-8\right)^2} = \sqrt{\frac{160}{25}}$ 1
 - Een exacte berekening waaruit volgt dat $k=5$ (dus lijnstuk AB is $\sqrt{5}$ keer zo lang als lijnstuk CD) 1
- of

Vraag	Antwoord	Scores
	• Een vergelijking van de lijn door A en C is $y = 3x + 4$	1
	• Een vergelijking van de lijn door B loodrecht op AC is $y = -\frac{1}{3}x + 2\frac{2}{3}$	1
	• Voor de x -coördinaat van B' , met B' de loodrechte projectie van B op AC , geldt $3x + 4 = -\frac{1}{3}x + 2\frac{2}{3}$	1
	• Dit geeft $x_{B'} = -\frac{2}{5}$ en dan $y_{B'} = 2\frac{4}{5}$	1
	• $BB' = \sqrt{\left(-\frac{2}{5} - 2\right)^2 + \left(2\frac{4}{5} - 2\right)^2} = \sqrt{\frac{160}{25}}$	1
	• $AB = \sqrt{(2 - -2)^2 + (2 - -2)^2} = \sqrt{32}$ (of door het gebruik van een $1-1-\sqrt{2}$ -driehoek)	1
	• ($BB' = CD$;) een exacte berekening waaruit volgt dat $k = 5$ (dus lijnstuk AB is $\sqrt{5}$ keer zo lang als lijnstuk CD)	1
	of	
	• Een vergelijking van lijn l is $x + 3y = 28$	1
	• Een vergelijking van de lijn door A en B is $y = x$	1
	• Voor de x -coördinaat van S geldt $x + 3x = 28$; dit geeft $x_S = 7$ en dan $y_S = 7$	1
	• Driehoek ASC is gelijkvormig met driehoek BSD (omdat $\angle SDB = \angle SCA$ en $\angle BSD = \angle ASC$)	1
	• Een beredenering op basis van deze gelijkvormigheid waaruit blijkt dat $\frac{AB}{CD} = \frac{AS}{CS}$	1
	• $AS = \sqrt{(7 - -2)^2 + (7 - -2)^2} = \sqrt{162}$ (of door het gebruik van een $1-1-\sqrt{2}$ -driehoek) en $CS = \sqrt{\left(1\frac{3}{5} - 7\right)^2 + \left(8\frac{4}{5} - 7\right)^2} = \sqrt{\frac{810}{25}}$	1
	• Een exacte berekening waaruit volgt dat $k = 5$ (dus lijnstuk AB is $\sqrt{5}$ keer zo lang als lijnstuk CD)	1

of

Vraag	Antwoord	Scores
	<ul style="list-style-type: none"> • $(BB' = CD, \text{ dus } \sqrt{k} = \frac{AB}{BB'}, \text{ met } B' \text{ de loodrechte projectie van } B$ 	
	op AC	1
	<ul style="list-style-type: none"> • $\frac{1}{\sqrt{k}} = \frac{BB'}{AB}$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> • $\frac{BB'}{AB} = \cos(\angle ABB')$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> • Een richtingsvector van AB is $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ en van BB' $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> • Er geldt dus $\cos(\angle ABB') = \frac{\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{10}}$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> • Beschrijven hoe de vergelijking $\frac{\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{k}}$ exact kan worden opgelost 	1
	<ul style="list-style-type: none"> • Dit geeft $k = 5$ 	1