

Top, asymptoot en geen perforatie

Voor elke waarde van a wordt de functie f_a gegeven door:

$$f_a(x) = \frac{ax^2 - 2}{x^2 + a}$$

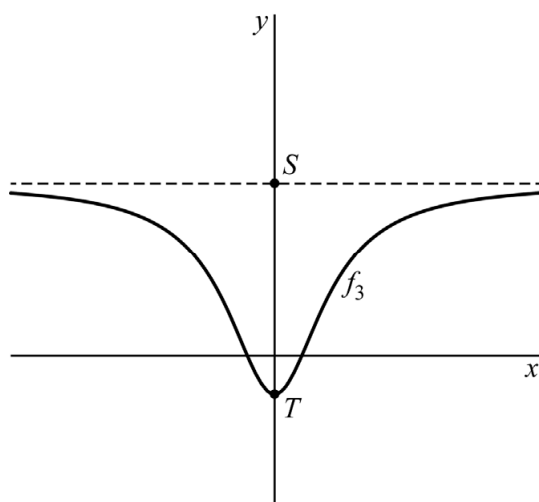
Er bestaat geen waarde van a waarvoor de grafiek van f_a een perforatie heeft.

4p 13 Bewijs dit.

In het volgende onderdeel zijn de mogelijke waarden van a de positieve getallen, dus $a > 0$.

De grafiek van f_a heeft één top T en deze ligt op de y -as. Verder heeft de grafiek van f_a een horizontale asymptoot. Punt S is het snijpunt van de horizontale asymptoot en de y -as. Als voorbeeld is in de figuur de grafiek van f_3 weergegeven.

figuur



De lengte van lijnstuk ST is afhankelijk van a . Deze lengte heeft een minimum.

6p 14 Bereken exact voor welke positieve waarde van a de lengte van lijnstuk ST minimaal is.