

Welke van de tien?

In april 2015 zette een tv-presentator uit Singapore een puzzel op het internet die afkomstig was uit een toets voor basisschoolkinderen van een school voor hoogbegaafde kinderen. De puzzel ging vervolgens de hele wereld over, want iedereen vroeg zich af hoe je hem eigenlijk op moest lossen.

Een variant van die puzzel is de volgende:

Amir en Bob hebben net Carina leren kennen en ze willen graag weten wanneer ze jarig is. Carina geeft ze een lijst met 10 mogelijke data:

september	20	21	24
oktober	22	23	
november	19	21	
december	19	20	22

Daarna vertelt ze aan Amir in welke maand ze jarig is en aan Bob op welke dag van de maand ze jarig is. Amir zegt vervolgens: "Ik weet niet wanneer Carina jarig is, maar ik weet zeker dat Bob het op dit moment ook niet weet."

Bob reageert hierop: "Eerst wist ik inderdaad niet wanneer Carina jarig is, maar dankzij Amirs opmerking weet ik het nu wel", waarop Amir concludeert: "Oh, maar dan weet ik het nu ook!"

Deze lastige puzzel is op te lossen met behulp van logisch redeneren. We spreken daarvoor de volgende notaties af:

- $A(\text{oktober})$ betekent 'Carina heeft tegen Amir gezegd dat ze in de maand oktober jarig is'.
- $B(22)$ betekent: 'Carina heeft tegen Bob gezegd dat ze op de 22e jarig is'.
- $C(20 \text{ december})$ betekent 'Carina is jarig op 20 december'.

Voor andere dagen en maanden gelden dan vergelijkbare notaties.

In deze notatie kun je bijvoorbeeld schrijven:

$$C(20 \text{ september}) \Rightarrow (A(\text{september}) \wedge B(20))$$

2p 13 Vertaal bovenstaande logische uitdrukking in een gewone zin.

Vanzelfsprekend kan Amir nooit weten wanneer Carina jarig is. Voor iedere maand zijn immers meerdere dagen mogelijk. Voor Bob ligt dat anders, maar toch zegt Amir zeker te weten dat Bob ook niet weet wanneer Carina jarig is.

- 3p 14 Hieruit kun je concluderen dat Carina in november of december jarig is. Leg uit hoe je tot deze conclusie komt.

Bob weet dus in eerste instantie niet wanneer Carina jarig is. Je kunt alle mogelijkheden die er voor hem zijn, weergeven in de afgesproken notatie. Omdat inmiddels bekend is dat Carina in november of december jarig is, kunnen we ons beperken tot de dagen die in november en december vóórkomen. Het lijstje met data ziet er nu dus als volgt uit:

november	19	21	
december	19	20	22

Voor elk van de dagen 19, 20, 21 en 22 kan, uitgaande van wat Carina tegen Bob gezegd kan hebben, een logische uitdrukking gemaakt worden.

Door deze vier logische uitdrukkingen te combineren met het gegeven dat Carina in november of december jarig is én het feit dat Bob haar verjaardag weet dankzij dit gegeven, kun je concluderen dat Carina **niet** op de 19e jarig is.

Eén van die logische uitdrukkingen is: $B(20) \Rightarrow C(20 \text{ december})$

- 4p 15 Schrijf voor de andere drie dagen die vóórkomen in de maanden november en december ook zo'n logische uitdrukking op **en** leg uit hoe je aan de conclusie komt dat Carina niet op de 19e jarig is.

We weten dus nu twee dingen:

- 1 Carina is in november of in december jarig;
- 2 Carina is niet op de 19e jarig.

Blijkbaar is dit genoeg informatie voor Amir om erachter te komen wanneer Carina jarig is.

- 3p 16 Wanneer is Carina jarig? Licht je antwoord toe met een redenering.