

## Boom van Pythagoras

### 9 maximumscore 3

- Als  $a^2$  de oppervlakte van een vierkant is, dan geldt: de zijde van het vierkant is  $a$  1
- Voor de erop staande gelijkbenige rechthoekige driehoek geldt  $x^2 + x^2 = a^2$  (waarbij  $x$  de zijde is van het volgende vierkant) 1
- Hieruit volgt: ( $2x^2 = a^2$  dus)  $x^2 = \frac{1}{2}a^2$  (dus de oppervlakte halveert) 1

of

- De oppervlakte van een driehoek tussen twee vierkanten is een kwart van de oppervlakte van het grootste vierkant 1
- De oppervlakte van die driehoek is de helft van de oppervlakte van het kleinere vierkant 1
- De oppervlakte van het kleinere vierkant is dus de helft van die van het grootste vierkant 1

of

- Volgens de stelling van Pythagoras is de oppervlakte van het grote vierkant gelijk aan de som van de oppervlakten van de twee kleinere vierkanten 1
- De twee kleinere vierkanten zijn even groot 1
- De oppervlakte van elk van de twee kleinere vierkanten is dus de helft van de oppervlakte van het grote vierkant 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

**10 maximumscore 4**

Een aanpak als:

- Het inzicht dat je de lengtes van de zijden van vierkant 0, vierkant 2 en vierkant 4 en de halve diagonaal lengtes van vierkanten 1, 3 en 5 moet gebruiken 1
- De cumulatieve hoogtes: 2

stap $n$	0	1	2	3	4	5
totale hoogte (bij stap $n$ ) in cm	15	20	27,5	30	33,75	35

- Het antwoord: het past (want  $350 \text{ mm} < 420 \text{ mm}$ ) 1

of

- De hoogte van de volledige boom in figuur 2 is 7,8 (cm) (met een marge van 2 mm) 1
- De zijde van het grootste vierkant in de tekening is 2,2 (cm) (met een marge van 2 mm) 1
- In de tekening van Hans is de hoogte:  $\frac{7,8}{2,2} \cdot 10 = 35,4\dots$  (cm) 1
- Het antwoord: het past (want  $354,\dots \text{ mm} < 420 \text{ mm}$ ) 1

of

- Het inzicht dat je de lengtes van de zijdes van vierkant 0, vierkant 2 en vierkant 4 plus de diagonaal lengtes van vierkanten 1, 3 en 5 moet sommeren 1
- De opeenvolgende relevante lengtes: 1

vierkant $n$	0	1	2	3	4	5
lengte (bij vierkant $n$ ) in cm	10	10	5	5	2,5	2,5

- De totale hoogte:  $10+10+5+5+2,5+2,5 = 35$  (cm) 1
- Het antwoord: het past (want  $350 \text{ mm} < 420 \text{ mm}$ ) 1

*Opmerking*

*Voor het tweede antwoordelement bij het eerste antwoordalternatief mag voor een niet volledig juist antwoord 1 scorepunt worden toegekend.*

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

**11 maximumscore 4**

Een aanpak als:

- De vaste factor is  $\sqrt{0,5}$  (of  $\frac{\sqrt{84,5}}{13}$ ) (= 0,707...) 1
- De rij  $a_{n+1} = \sqrt{0,5} \cdot a_n$  met  $a_0 = 13$  1
- $a_{14} = 0,10\dots$  en  $a_{15} = 0,07\dots$  1
- Het antwoord: (Fleur stopt na het tekenen van het vierkant van) stap 14 1

of

- De vaste factor is  $\sqrt{0,5}$  ( $\frac{\sqrt{84,5}}{13}$ ) (= 0,707...) 1
- Beschrijven hoe de vergelijking  $13 \cdot (\sqrt{0,5})^n = 0,1$  (of de ongelijkheid  $13 \cdot (\sqrt{0,5})^n > 0,1$ ) kan worden opgelost 1
- De oplossing van de vergelijking:  $n = 14,0\dots$  1
- Het antwoord: (Fleur stopt na het tekenen van het vierkant van) stap 14 1

*Opmerking*

*Als een kandidaat bij het eerste antwoordalternatief  $a_{15}$  niet heeft berekend, ten hoogste 2 scorepunten voor deze vraag toekennen.*

**12 maximumscore 4**

Een aanpak als:

- $r = 2$  en  $b = 1$  1
- Gekeken moet worden voor welke  $n$  geldt dat  $\frac{1(1-2^{n+1})}{1-2} > 2000$  1
- In de bijbehorende tabel opzoeken geeft  $S_9 = 1023$  en  $S_{10} = 2047$  1
- Het antwoord: bij stap 10 1

of

- $r = 2$  en  $b = 1$  1
- Beschrijven hoe met de GR de som van de rij berekend kan worden 1
- In de bijbehorende tabel opzoeken geeft  $S_9 = 1023$  en  $S_{10} = 2047$  1
- Het antwoord: bij stap 10 1